

МАТЕМАТИЧКА ГИМНАЗИЈА

Матурски рад из физике

Принципи термодинамике

Ученик:

Антонина Вукобрат, IV₆

Ментор:

др Бојан Николић

Београд, мај 2017.

САДРЖАЈ

УВОД У ТЕРМОДИНАМИКУ	3
НУЛТИ ПРИНЦИП ТЕРМОДИНАМИКЕ	4
Појам температуре тела	4
Термометри и температурне скале	5
Једначина стања	6
ПРВИ ПРИНЦИП ТЕРМОДИНАМИКЕ	8
Унутрашња енергија	8
Унутрашња енергија идеалног гаса	8
Количина топлоте	9
Рад при ширењу и сабијању гаса	10
ТЕРМОДИНАМИЧКИ ПРОЦЕСИ	13
Изохорски процес. Шарлов закон	13
Изобарски процес. Геј-Лисаков закон	14
Изотермски процес. Бојл-Мариотов закон	15
Кружни процес	16
Топлотни капацитети	16
Топлотни капацитет гаса у изохорском процесу	17
Топлотни капацитет гаса у изобарском процесу	18
Адијабатски процес	18
Адијабатски процес код идеалног гаса	19
ДРУГИ ПРИНЦИП ТЕРМОДИНАМИКЕ	20
Повратни и неповратни процеси	21
Различите формулације другог принципа термодинамике	21
Топлотни мотори	22
Машине за хлађење	24
Коефицијент хлађења	25
Карноов циклус	25
Ентропија	27
Термодинамичка вероватноћа и ентропија	28
ТРЕЋИ ПРИНЦИП ТЕРМОДИНАМИКЕ	29
Примери	30
ЗАКЉУЧАК	34
Литература	35

УВОД У ТЕРМОДИНАМИКУ

Термодинамика је грана физике која проучава макроскопске утицаје топлоте, рада и енергије на физичке системе честица. Она је неопходан део како физике тако и хемије, а њена примена је присутна у свакодневном животу, мотори аутомобила, фрижидери, биохемијски процеси ... На пример, у мотору аутомобила топлота се добија хемијском реакцијом кисеоника и испаравајућег бензина у цилиндрима мотора. Загрејани гас гура клипове унутар цилиндра и тако се механички рад користи за покретање аутомобила. Ово је пример термодинамичког процеса.

У оквиру термодинамике објашњавају се особине супстанције и успоставља веза између њих без залажења у структуру материје. На основу експерименталних резултата постављено је неколико једноставних закона и из њих је изведена целокупна теорија. Ти закони или принципи термодинамике могу се сматрати постулатима (усвајају се без доказа). Ваљаност основних термодинамичких закона потврђују експерименти којима се проверавају и сами ти закони и теорија која из њих следи.

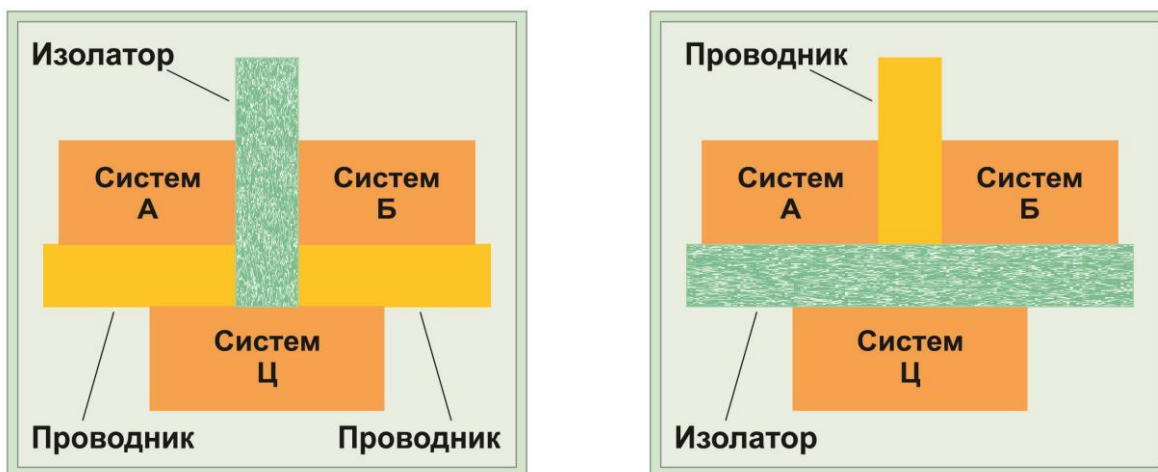
НУЛТИ ПРИНЦИП ТЕРМОДИНАМИКЕ

Појам температуре тела

Појмови „температура“ и „топлота“ се често користе као синоними у свакодневном животу. У физици, међутим, ова два појма имају потпуно различито значење.

Температура је једна од величина којима се дефинише стање неког система (гаса, течности, тела ...). У свакодневном животу овај појам се користи да би се исказала разлика између „топлијих“ и „хладнијих“ тела, топлијим телима приписује се виша температура него хладнијим. Можемо рећи да је температура величина којом се описује топлотно стање тела. Осећај за топло или хладно је субјективан: једна иста средина некоме може бити хладна, а неком другом топла. Многа својства материје која можемо да меримо зависе од температуре. Дужина металне шипке, притисак паре у бојлеру, могућност жице да проводи струју итд. За дефинисање температуре користи се појам топлотне равнотеже:

Два тела су у топлотној равнотежи ако се, при успостављању контакта међу њима, ни на једном телу не би десиле никакве макроскопске промене. Тела која су у топлотној равнотежи имају исту вредност температуре, а топлије тело има вишу температуру него хладније.



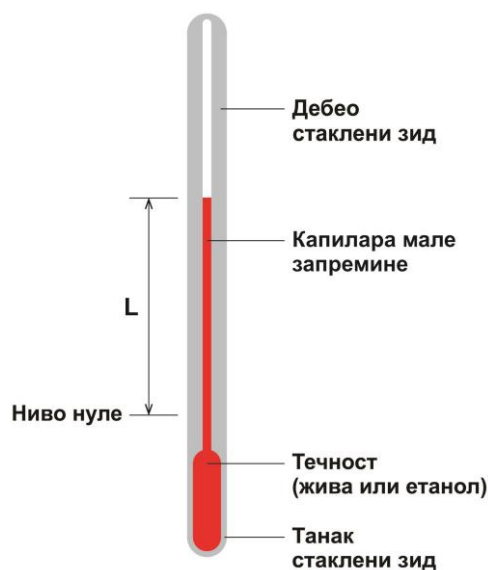
а) Ако је сваки од система А и Б у топлотној равнотежи са системом Ц ...

б) ... онда су и системи А и Б у топлотној равнотежи

сл. 1 - Нулти принцип термодинамике

Можемо открити важну особину топлотне равнотеже ако посматрамо три система, А, Б и Ц, која на почетку нису у топлотној равнотежи (сл. 1). Окружујемо их идеалном изолационом кутијом тако да не могу да интерагују ни са чим ван кутије већ само међусобно. Раздвајамо системе А и Б идеалном изолационом преградом, али пустимо систем Ц да интерагује са оба система (он је с њима повезан термичким проводником односно материјалом који пропушта топлоту). Чекамо док се не постигне топлотна равнотежа; тада је сваки од система А и Б у равнотежи са системом Ц, али да ли су они међусобно у равнотежи? Да бисмо то проверили систем Ц одвајамо од А и Б изолационом преградом, а између система А и Б стављамо термички проводник. Тада се ништа неће десити, неће бити додатних промена код система А и Б. Закључујемо:

Ако је систем А у топлотној равнотежи са системом Ц и систем Б је у топлотној равнотежи са системом Ц, онда су и системи А и Б у топлотној равнотежи.



сл. 2 – Живин термометар

Овај резултат се зове **нулти принцип термодинамике**.

Термометри и температурне скале

Да бисмо температуру користили за одређивање да ли је нешто топло или хладно морамо конструисати одговарајуће инструменте и скале којима ћемо је измерити.

Термометар је инструмент за мерење температуре. Он се доводи у контакт са телом чију температуру желимо да измеримо. Успостављањем топлотне равнотеже између њих, он показује исту температуру као тело са којим је у контакту. Најједноставнији, уједно и термометар са најширом применом, је термометар са уском стакленом цевчицом у којој се налази нека обојена течност, најчешће жива (сл. 2). Променом температуре мења се дужина стуба течности и то по линеарном закону. При промени температуре за ΔT промена дужине стубића је:

$$\Delta l = \text{const} * \Delta T$$

Међутим, овакав термометар није погодан за изузетно прецизна мерења (са променом температуре шири се и стаклена цев и метал на којем је уцртана скала), као и за мерења ниских и високих температура (тада дужина стуба није линеарна функција температуре).

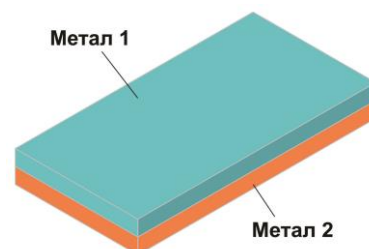
Као термометар можемо користити и посуду са гасом чија се запремина не мења. Ако посуду загревамо или хладимо, мењаће се и притисак гаса тако да одређивањем промене притиска меримо и промену температуре (сл. 3). Још неке врсте термометра су биметална трака (када се повећа температура траке, један од метала се шири више од другог и трака се криви), затим мерење електричног отпора калема од жице или кристала од германијума који се мења са температуром и слично (сл. 4).

За показивање бројне вредности температуре потребна нам је и одговарајућа скала. Једна од скала која се најчешће користи јесте Целзијусова температурна скала (Андерс Целзијус). Бројеви на скали се добијају врло једноставно. Прво се термометар стави у посуду са ледом (при нормалном атмосферском притиску); након успостављања топлотне равнотеже забележи се ниво у цевчици и њему се припише вредност температуре $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, а потом се стави у посуду са кључалом водом и након успостављања равнотеже том нивоу се приписује вредност $100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Интервал између ова два нивоа се подели на 100 једнаких подеока где сваки од њих одговара температурском интервалу од $1\text{ }^{\circ}\text{C}$.

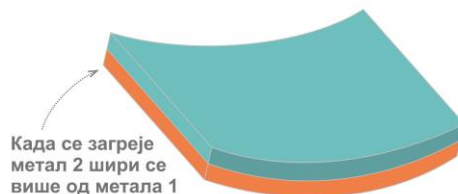
Код Фаренхајтове температурне скале (Габријел Фаренхајт) температура мржњења воде је $32\text{ }^{\circ}\text{F}$, а температура кључања $212\text{ }^{\circ}\text{F}$, на стандардном атмосферском притиску. Између њих имамо интервал од 180 степени који одговара 100 степени на



сл. 3 – Гасни термометар



а) Биметална трака



б) Трака се савија приликом пораста температуре



ц) Употреба биметалне траке у термометру

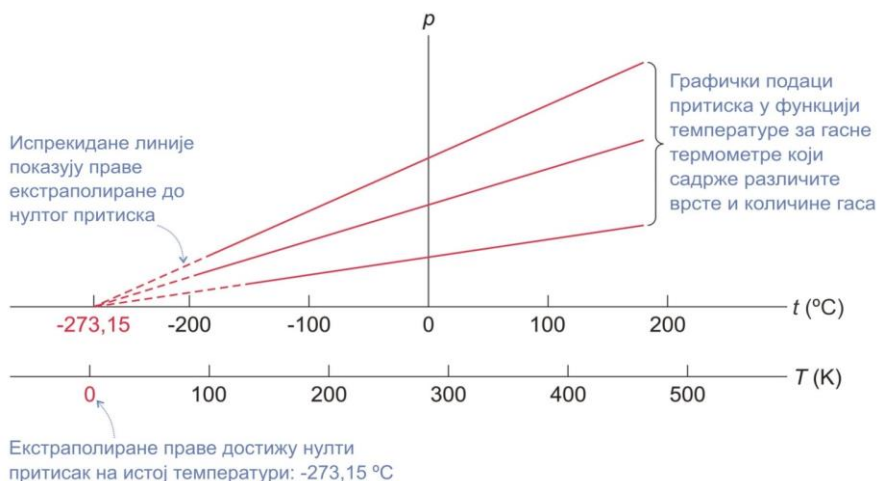
сл. 4 – Употреба биметалне траке као термометра.

Целзијусовој скали тако да се претварање вредности температуре са Целзијусове скале у вредност изражену у Фаренхајтима и обрнуто врши на следећи начин:

$$T_F = \frac{9}{5} T_C + 32 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_C = \frac{5}{9} (T_F - 32 \text{ } ^\circ\text{C})$$

Гасни термометар о коме је већ било речи користи се за добијање још једне скале, а то је Келвинова скала (Лорд Келвин). Притисак гаса чија је запремина константна повећава се са температуром. Да би калибрисали скалу гасног термометра меримо притисак на два температурама, рецимо $0 \text{ } ^\circ\text{C}$ и $100 \text{ } ^\circ\text{C}$, нацртамо ове тачке на графику зависности притиска од температуре (сл. 5) и спојимо их. Тада са графика можемо прочитати било коју вредност температуре која одговара одређеном притиску. На графику се виде резултати за три различита гаса. Ако продужимо сваку од линија до тачке у којој је притисак нула добијамо да се оне секу у истој тачки односно да је температура на којој је притисак једнак нули за све гасове једнака и износи $-273,15 \text{ } ^\circ\text{C}$ (хипотетички, јер овакву ситуацију не можемо стварно да посматрамо). Управо ова температура представља нулу за Келвинову скалу тако да је $0 \text{ K} = -273,15 \text{ } ^\circ\text{C}$, а вредност једног степена Келвинове скале иста је као вредност степена Целзијусове скале. Најчешће се вредност температуре на Целзијусовој скали означава са t , а на Келвиновој T .



а) Гасни термометар константне запремине

б) Графици притиска у функцији од температуре при константној запремини за три различите врсте и количине гаса

сл. 5 – (а) Коришћење гасног термометра са константном запремином за мерење температуре; (б) Што је већа количина гаса у термометру, већи је нагиб праве на графику притисак p - температура T према оси температуре.

Веза између ове две температуре је:

$$T = \left(t \cdot \frac{1}{^\circ\text{C}} + 273,15 \right) \text{ K}$$

Келвинова скала се још зове и апсолутна температурна скала, а вредност температуре $T = 0$ **апсолутна нула**.

Апсолутна нула је температура на којој нема топлотног кретања молекула. Пошто је оваква ситуација немогућа у природи, правилније је рећи да је то температура на којој систем молекула достиже најмању могућу енергију, кинетичку плус потенцијалну.

Једначина стања

Стања у којима одређени материјали могу постојати описана су физичким величинама као што су притисак p , запремина V , температура T и количина супстанце n_m (макроскопска својства супстанце). Оне се једним именом зову параметри стања.

Јединица за количину супстанце зове се мол (1 mol):

Мол је количина супстанце у којој се налази онолико молекула колико има атома у 12 грама угљеника C^{12} .

Број молекула у једном молу се зове Авогадров број и његова вредност је

$$N_A = 6.023 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$$

Маса једног мола супстанце је моларна маса M . Веза између моларне масе и броја молова односно количине супстанце дата је са:

$$n_m = \frac{m}{M}$$

где је m маса супстанце па се уместо количине супстанце као параметар може користити укупна маса или укупан број молекула гаса

$$N = n_m \cdot N_A$$

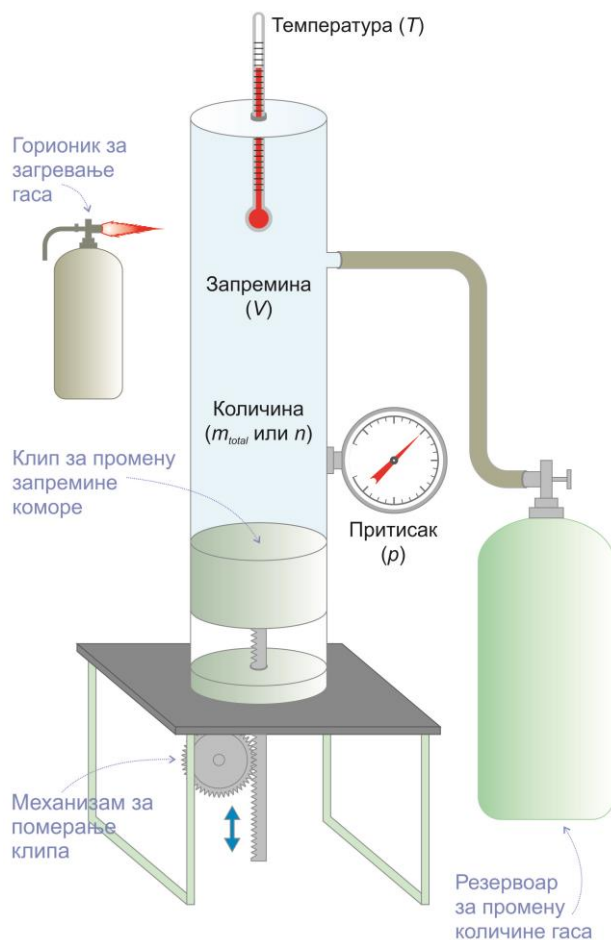
Једначина која повезује параметре стања зове се једначина стања. Понекад је веза између њих компликована и не може се изразити једначином па се тада користе графици или табеле. Због тога је постављен модел гаса који се зове идеалан гас и за који се може наћи једначина стања.

Идеалан гас је скуп великог броја неинтерагујућих честица занемарљивих димензија. Међусобни судари честица идеалног гаса и судари честица са зидовима суда су еластични.

Сваки реалан гас одступа од идеалног што посебно важи за гасове под великим притиском. Идеалним гасовима блиски су разређени гасови. На сл. 6 се може видети апаратура која служи за проучавање понашања гаса у зависности од промене неког од параметара стања.

Посматрањем различитих гасова долази се до следећих закључака:

1. Запремина је пропорционална броју молова. Ако удвостручимо број молова одржавајући притисак и температуру на константном нивоу и запремина се удвостручује.
2. Запремина је обрнуто пропорционална притиску. Ако удвостручимо вредност притиска док су температура и број молова константни, гас ће се сабити до дупло мање запремине у односу на



сл. 6 – Хипотетичка поставка за проучавање понашања гасова. Загревањем гаса, променом запремине са покретним клипом и додавањем још гаса, можемо контролисати притисак p , запремину V , температуру T и број молова n .



сл. 7 – Једначина идеалног гаса $pV = nRT$ даје нам добар опис ваздуха унутар надуваног пнеуматика возила. Када се пнеуматик загрева (T се повећава), промена запремина V је незнатна али се зато притисак p значајно повећава.

почетну. Дакле, $pV = \text{const}$ док су n_m и T константни.

3. Притисак је пропорционалан температури. Ако удвостручимо вредност температуре док су запремина и број молова константни и вредност притиска ће се удвостручити.

Из ова три закључка добијамо једначину стања идеалног гаса:

$$pV = n_m RT$$

где је R идеална гасна константа и износи:

$$R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

Ако број молова изразимо преко масе добијамо:

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

а из једначине можемо добити и густину $\rho = m/V$ гаса као:

$$\rho = \frac{pM}{RT}$$

ПРВИ ПРИНЦИП ТЕРМОДИНАМИКЕ

Термодинамика проучава системе састављене од великог броја честица. Систем је гас у балону, лед који се топи у чаши са водом, живи организам, унутрашњост звезде ...

Термодинамички систем је узорак материје састављен од огромног броја честица који може размењивати енергију са околином. Под околином подразумевамо све оно што се налази изван термодинамичког система.

Изолован систем је онај систем чија граница (спољашња површина система, одваја систем од околине) спречава било какву интеракцију са околином.

Чување енергије заузима битно место у великом броју научних дисциплина. Овај принцип термодинамике нам помаже да кроз појмове као што су количина топлоте, рад и унутрашња енергија разумемо неке термодинамичке процесе и искористимо енергију на најбољи могући начин.

Унутрашња енергија

Унутрашња енергија система је збир кинетичких и потенцијалних енергија свих честица које чине тај систем:

$$U = \sum E_k + \sum E_p$$

Она зависи само од стања у којем се систем налази (небитно је на који начин је систем стигао у то стање). Могуће је променити унутрашњу енергију вршењем рада: када се чекићем више пута удари у ексер, ексер се загреје, али и без вршења рада: када се коцка леда стави у чашу са соком, сок се хлади, а лед загрева и топи.



сл. 8 – Кокице у лонцу представљају термодинамички систем. У термодинамичком процесу који је овде приказан, топлота се додаје у систем, а систем врши рад на околину тиме што тежи да скине поклопац посуде.

Унутрашња енергија идеалног гаса

Унутрашња енергија идеалног гаса зависи само од температуре гаса. Ово је доказано експериментално. Први такав експеримент извео је Џул, шема је приказана на слици 9.

Идеални гас је систем неинтерагујућих честица па је потенцијална енергија једнака нули тако да је унутрашња енергија идеалног гаса који има N молекула:

$$U = E_{k1} + E_{k2} + \dots + E_{kN}$$

$$\bar{E}_k = \frac{E_{k1} + E_{k2} + \dots + E_{kN}}{N}$$

па следи да је:

$$U = N\bar{E}_k$$

Средња кинетичка енергија једног атома је

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2}kT$$

па је унутрашња енергија једноатомског гаса:

$$U = \frac{3}{2}NkT$$

или

$$U = \frac{3}{2}n_mRT$$

За двоатомски гас важи да је

$$\bar{E}_k = \frac{5}{2}kT$$

па је унутрашња енергија:

$$U = \frac{5}{2}NkT$$

или

$$U = \frac{5}{2}n_mRT$$

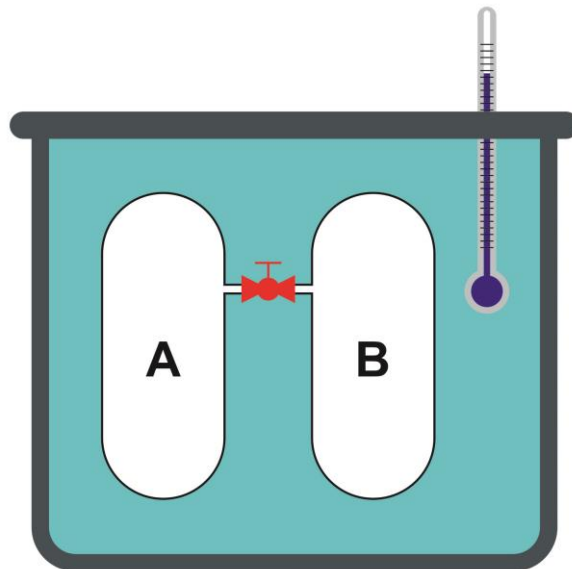
Промена унутрашње енергије гаса при прелазу из једног стања у друго зависи само од разлике температура та два стања (небитно на који начин је гас прешао из једног стања у друго):

- за једноатомски гас је

$$\Delta U = \frac{3}{2}n_mR\Delta T$$

- за двоатомски гас је

$$\Delta U = \frac{5}{2}n_mR\Delta T$$



сл. 9 – Принципијелна шема експеримента којег је извео Џејмс Џул, чиме је показано да унутрашња енергија идеалног гаса не зависи од запремине.

Количина топлоте

Количина топлоте Q је енергија коју један систем (или тело) размени са другим без вршења механичког рада.

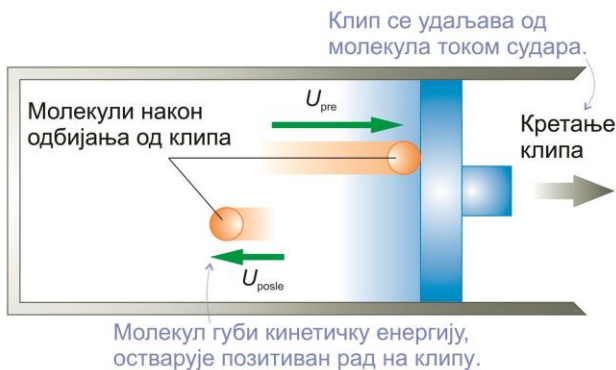
Када је између два тела остварен контакт, енергија ће прелазити са једног тела на друго само ако су њихове температуре различите тако да можемо рећи:

Количина топлоте је енергија коју топлије тело предаје хладнијем без вршења механичког рада.

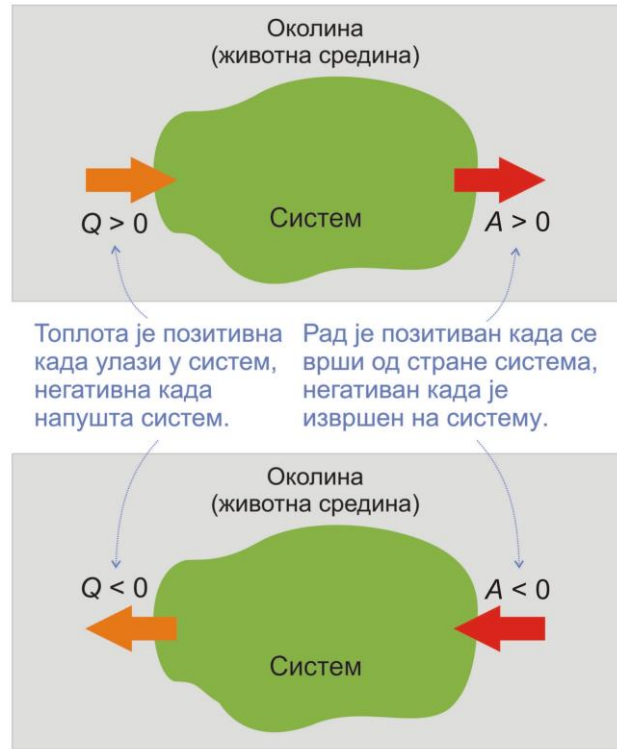
Количина топлоте коју систем прими је позитивна $Q > 0$, а количина топлоте коју отпусти у околину је негативна $Q < 0$ (сл. 10).

Рад при ширењу и сабијању гаса

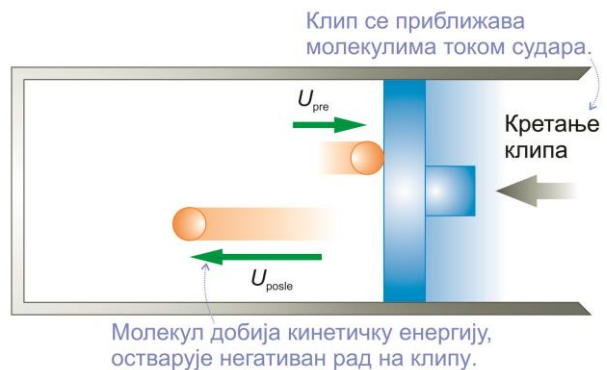
Посматраћемо гас у цилиндричном суду испод покретног клипа (сл. 11) сматрајући да се ширење одвија квазистатичким процесом (толико споро да се може сматрати да је гас у сваком тренутку у неком равнотежном стању).



б) Позитиван рад молекула



сл. 10 – Термодинамички систем може да размењује енергију са околином (животном средином) помоћу топлоте, рада, или помоћу обоје.



б) Негативан рад молекула

сл. 11 – Молекул удара у клип (а) остварује позитиван рад уколико се клип удаљава од молекула и (б) негативан рад, ако се клип креће ка молекулу. Стога гас остварује позитиван рад када се шири као на слици (а), или негативан рад када се сабија као на слици (б).

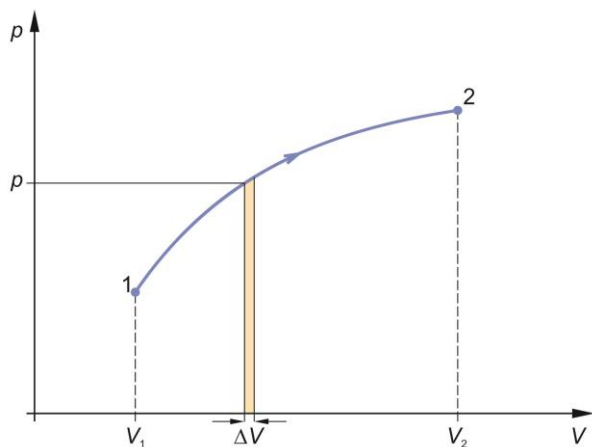
При ширењу, запремина гаса се повећава, гас помера клип удесно и врши позитиван рад. При сабијању, запремина гаса се смањује, клип се помера улево и врши позитиван рад на гасу док је рад гаса негативан. Ако је површина попречног пресека клипа S , гас делује на клип силом:

$$F = pS$$

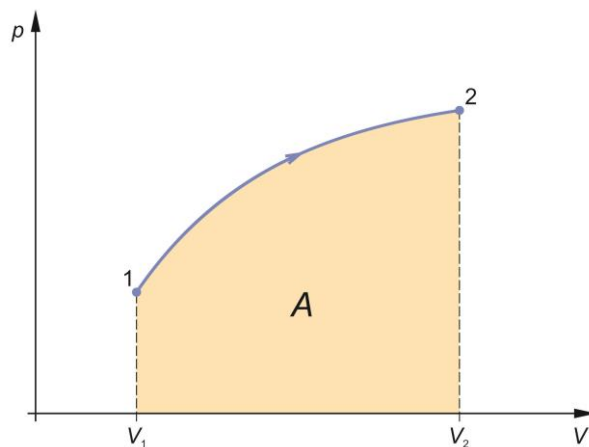
При бесконачно малом померају Δx рад гаса на клипу је:

$$dA = Fdx = pSdx$$

односно $dA = pdV$, где је dV бесконачно мала промена запремине.



а) Прелазак гаса из стања 1 у стање 2 за бесконачно малу вредност V .



б) Укупан рад гаса при преласку из стања 1 у стање 2.

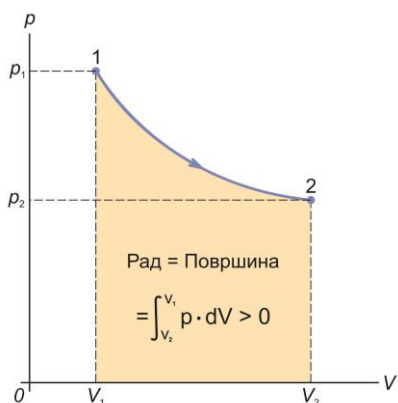
сл. 12 – Процес у коме гас прелази из стања 1 у стање 2.

Ако посматрамо промену запремине у интервалу од V_1 до V_2 рад гаса је:

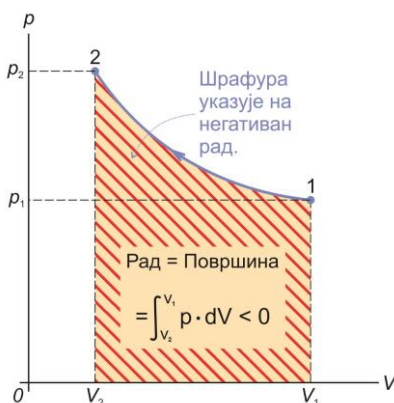
$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

а често долази и до промене притиска. На пример, код мотора аутомобила.

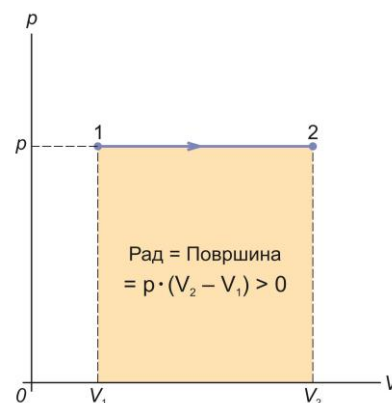
Рад гаса у неком процесу је једнак површини између криве или праве која приказује дати процес на p - V дијаграму и V -осе (сл. 13).



а) pV -дијаграм за систем у коме се на променљивом притиску запремина гаса повећава.



б) pV -дијаграм за систем у коме се на променљивом притиску запремина гаса смањује.



ц) pV -дијаграм за систем у коме се на константном притиску запремина гаса повећава.

сл. 13 – Рад који се изврши једнак је површини испод криве на pV -дијаграму.

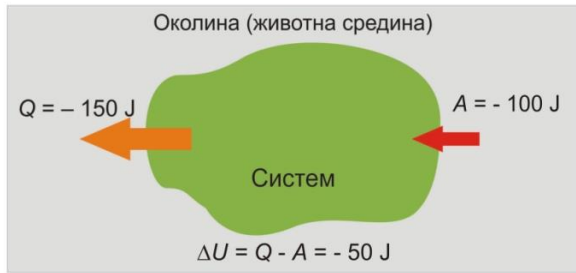
Први принцип термодинамике:

Количина топлоте коју систем у неком процесу размени са околином једнака је збиру механичког рада и промене унутрашње енергије система у том процесу.

$$Q = A + \Delta U$$



а) Што се више топлоте додаје у систем, систем остварује рад: унутрашња енергија система расте.



б) Што више топлоте напушта систем, систем остварује рад: унутрашња енергија система опада.



в) Када је топлота додата у систем једнака раду система: унутрашња енергија система је непромењена.

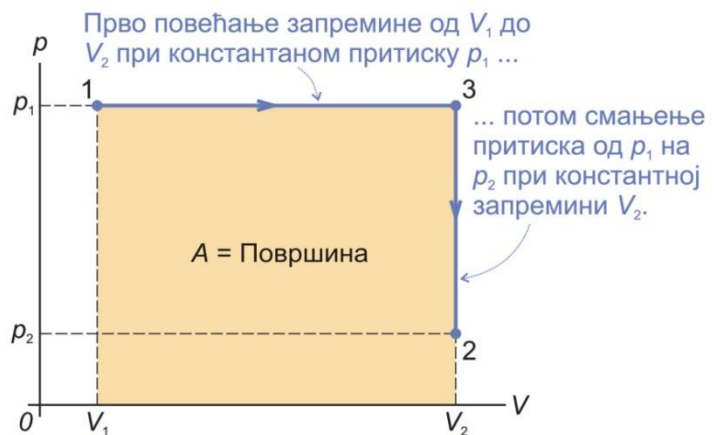
сл. 14 – У термодинамичком процесу, унутрашња енергија система U може (а) да порасте ($\Delta U > 0$), (б) да се смањи ($\Delta U < 0$), или (ц) остане иста ($\Delta U = 0$).

Овај принцип заправо представља закон одржања енергије у термодинамичким процесима.

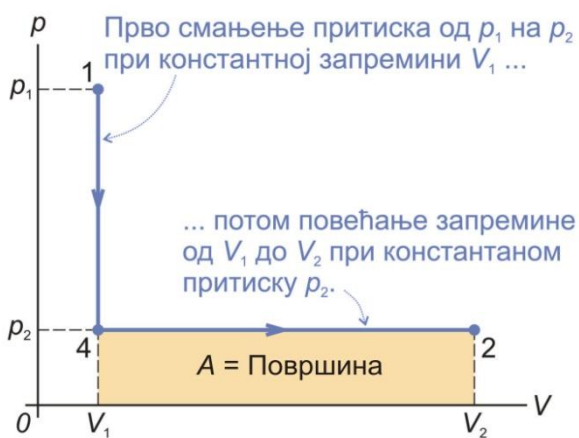
При преласку гаса из једног стања у друго промена унутрашње енергије зависи само од почетног и крајњег стања док рад, као и количина топлоте зависе од процеса којим гас прелази из једног стања у друго.



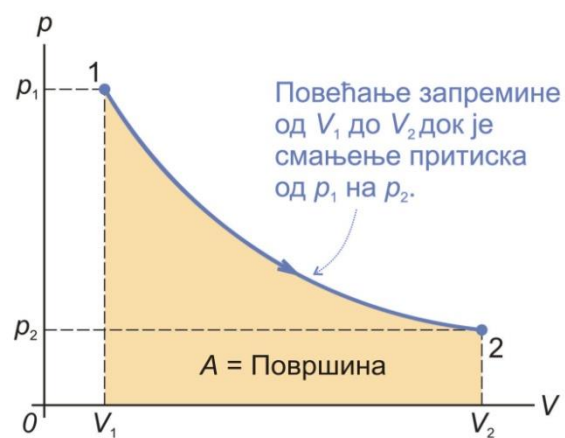
а)



б)



в)



г)

сл. 15 – Рад који систем изврши током преласка из једног у друго стање зависи од изабраног пута.

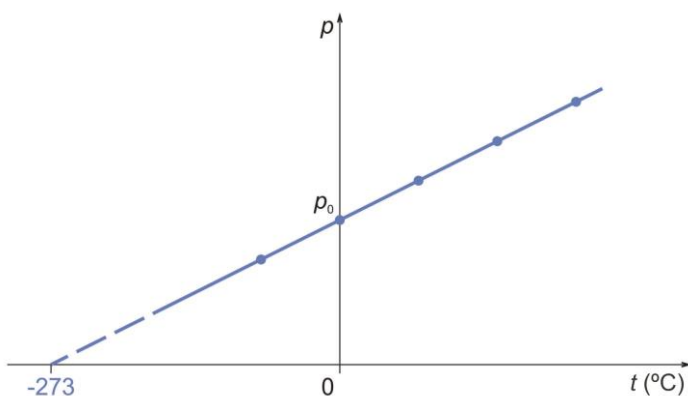
ТЕРМОДИНАМИЧКИ ПРОЦЕСИ

Изохорски процес. Шарлов закон

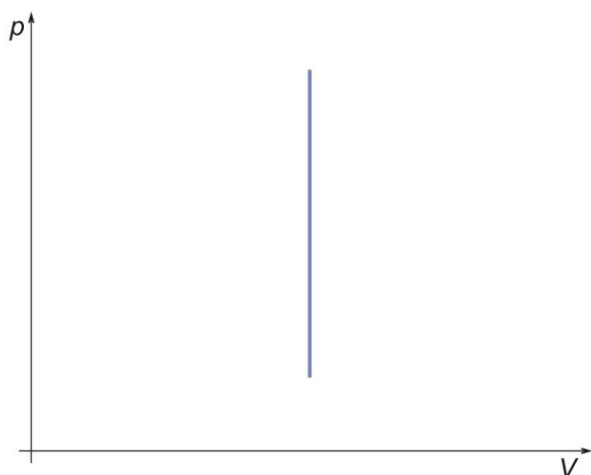
Француски научник Шарл утврдио је правилност у понашању гаса при константној запремини. Процес у којем је запремина гаса константна зове се изохорски процес. Он је експериментално дошао до следећег закона који по њему носи име:

У суду константне запремине притисак сталне количине гаса мења се линеарно сразмерно температури: ако је при температури $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ притисак гаса p_0 , при температури $T\text{ }(^{\circ}\text{C})$ притисак је:

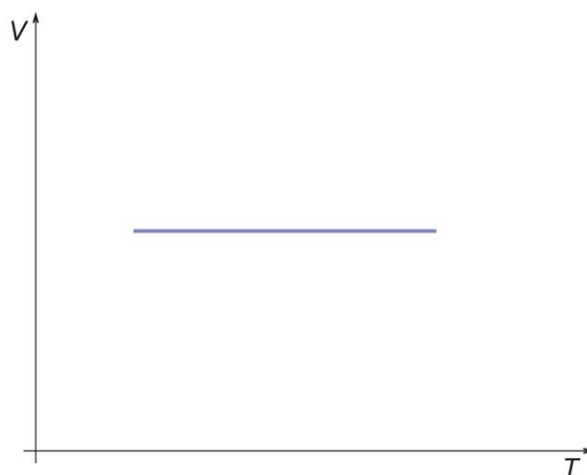
$$p = p_0(1 + \alpha \cdot t); \alpha = \frac{1}{273\text{ }^{\circ}\text{C}}$$



сл. 16 – График притиска гаса у зависности од температуре у затвореном суду сталне запремине (Шарлов експеримент).



а) p - V дијаграм



б) V - T дијаграм

сл. 17 – Изохорски процес на p - V и V - T дијаграму представљен је правим линијама.

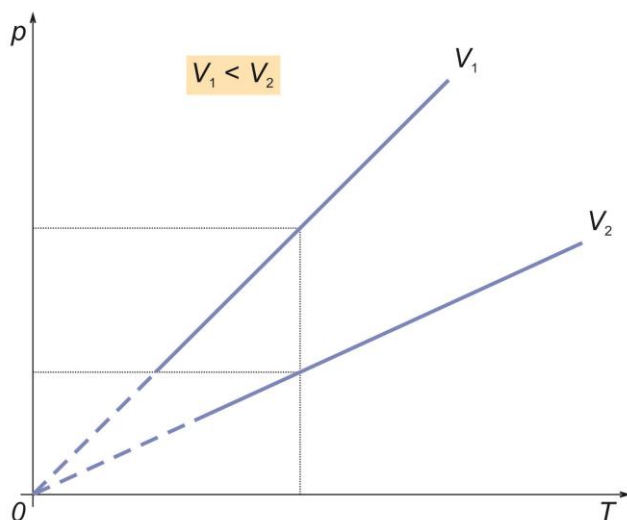
Из једначине стања гаса се добија:

$$\frac{p}{T} = \text{const}$$

Пошто је $V = \text{const}$ у овом процесу рад гаса је нула па се први принцип термодинамике своди на:

$$Q = \Delta U$$

Дакле, када гас прима топлоту унутрашња енергија му се повећава тј. гас се загрева, а ако отпушта топлоту, унутрашња енергија гаса се смањује тј. гас се хлади.



сл. 18 – Две изохоре које одговарају различитим запреминама (односе се на исту количину гаса) при истој температури.

Изобарски процес. Геј-Лисаков закон

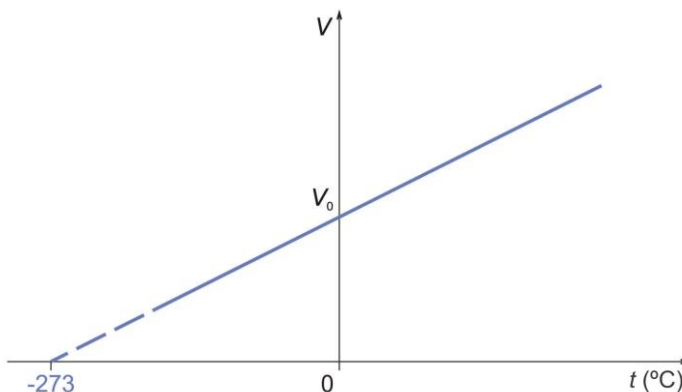
Процес у којем је притисак гаса константан зове се изобарски процес. Геј-Лисак је први експериментално утврдио како се мења запремина у зависности од температуре при константном притиску и дошао до следећег закона:

$$V = V_0(1 + \alpha \cdot t), \quad \alpha = \frac{1}{273 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

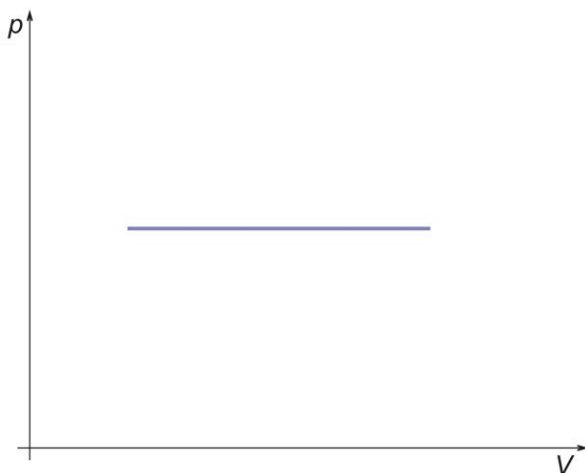
V_0 је запремина гаса при температури $0 \text{ } ^\circ\text{C}$, а V је запремина при температури $T \text{ } (^\circ\text{C})$.

Из једначине стања гаса добија се:

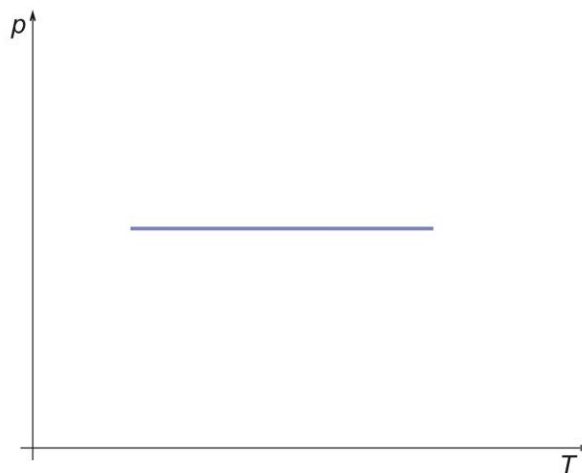
$$\frac{V}{T} = \text{const}$$



сл. 19 – График промене запремине гаса у зависности од температуре при константном притиску (Геј-Лисаков експеримент).



а) p - V дијаграм



б) p - T дијаграм

сл. 20 – Изобарски процес на p - V и p - T дијаграму представљен је правим линијама.

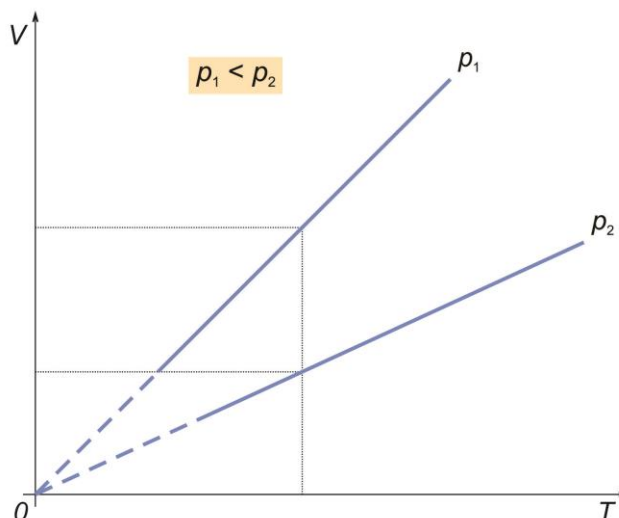
Како је притисак гаса константан, рад гаса је:

$$A = p(V_2 - V_1)$$

па је

$$Q = p(V_2 - V_1) + \Delta U$$

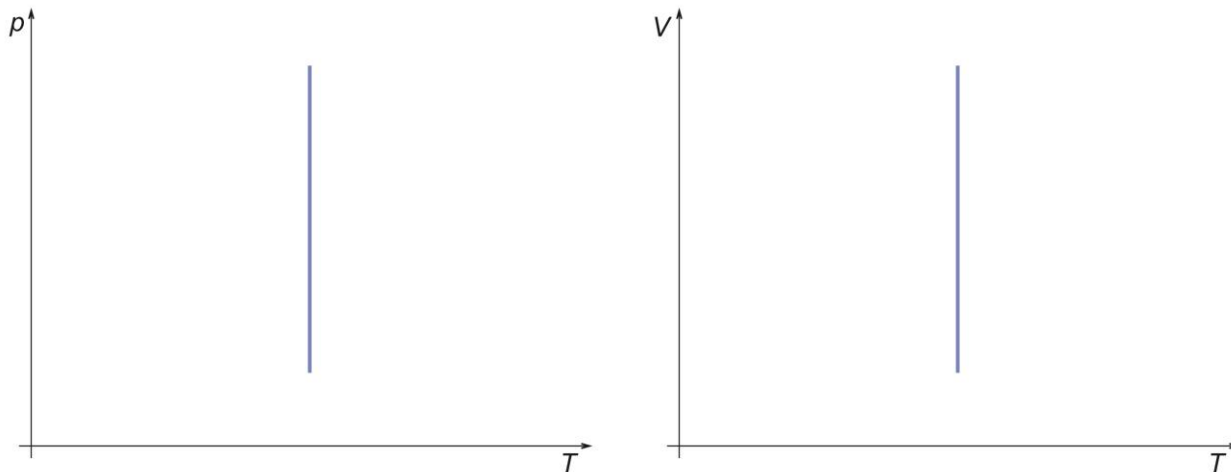
Да би се гас ширио ($A > 0$) он мора да прима топлоту ($Q > 0$), део топлоте троши се на вршење рада, а део на повећање унутрашње енергије. При сабијању гаса ($A < 0$), гас се хлади ($\Delta U < 0$) и отпушта одређену количину топлоте ($Q < 0$).



сл. 21 – Два процеса који се одвијају на различитим (константним) притисцима (при чему је количина гаса у оба процеса иста).

Изотермски процес. Бојл-Мариотов закон

Процес у којем је температура константна зове се изотермски процес.



а) p - T дијаграм

б) V - T дијаграм

сл. 22 – Изотермски процес на p - T и V - T дијаграму представљен је правим линијама.

Научници Бојл и Мариот поставили су закон:

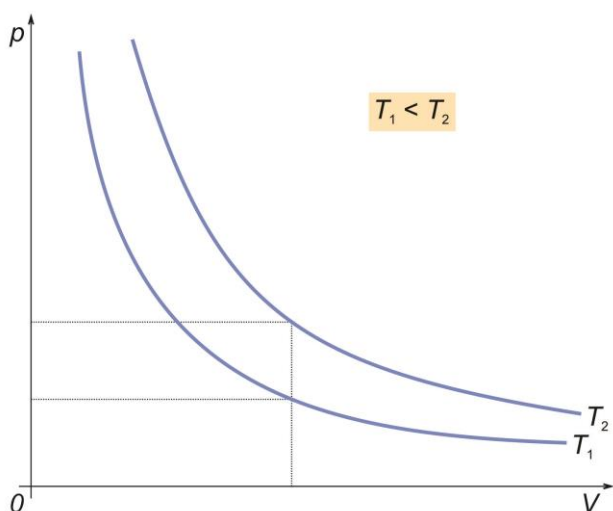
Производ притиска и запремине сталне количине гаса при константној температури се не мења односно $pV = const$.

Пошто се температура не мења онда се не мења ни унутрашња енергија гаса тј. $\Delta U = 0$ па је према првом принципу термодинамике:

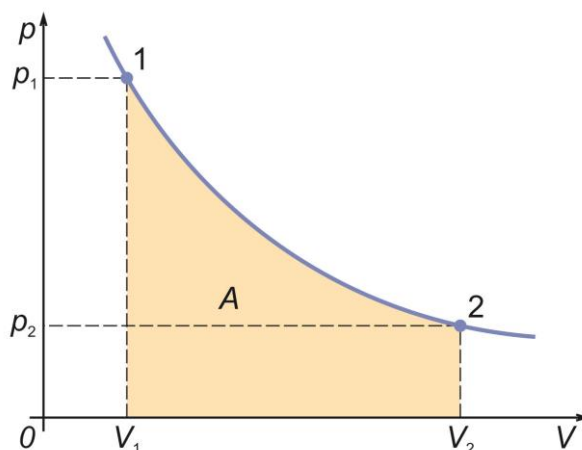
$$Q = A$$

Дакле, ако гас прима топлоту ($Q > 0$), онда се шири ($A > 0$); ако се гас сабија ($A < 0$), онда отпушта топлоту ($Q < 0$). Рад гаса можемо израчунати као површину испод изотерме на pV -дијаграму:

$$A = n_m RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = n_m RT \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$$



сл. 23 – Изотермски процеси који се одвијају на различитим температурама представљени су кривама на p - V дијаграму.



сл. 24 – Рад гаса при преласку из стања 1 у стање 2 једнак је осенченој површини испод изотерме на p - V дијаграму.

Кружни процес

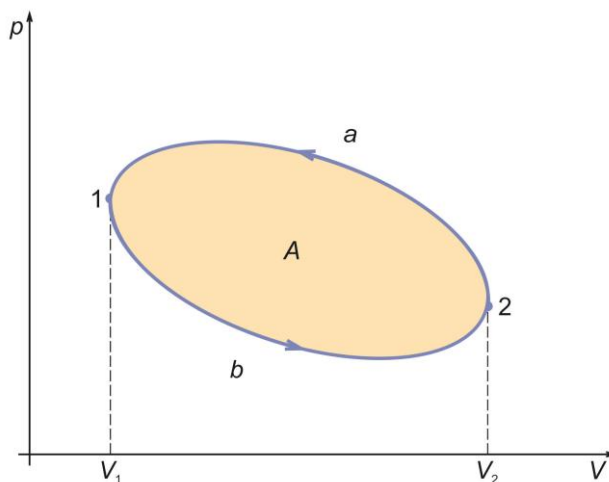
У неким случајевима гас учествује у кружном процесу - на крају процеса он се враћа у почетно стање. Стога је промена његове унутрашње енергије једнака нули па је рад гаса једнак количини топлоте коју гас размени са околином у току једног циклуса:

$$Q = A$$

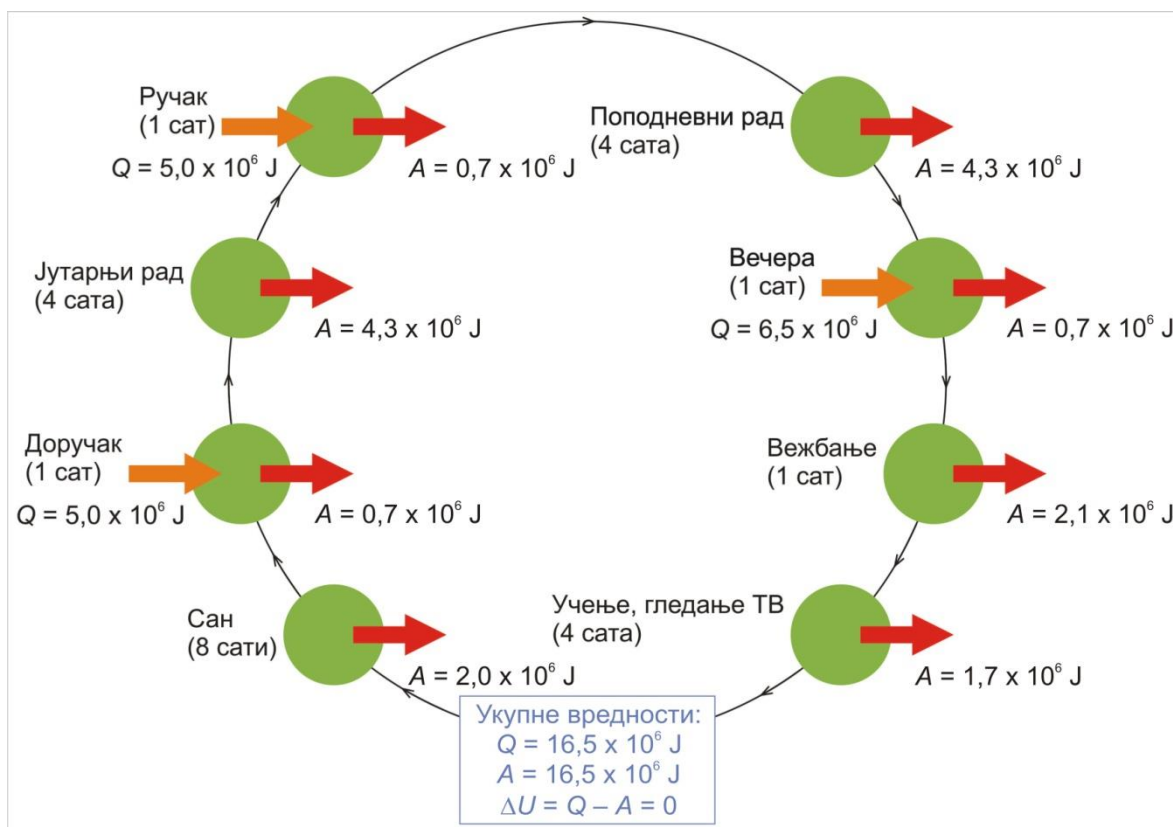
Рад гаса при ширењу једнак је површини испод криве *a*, а рад извршен на гасу, при његовом сабијању једнак је површини испод криве *b*, па је укупан рад површина унутар циклуса.

Први закон термодинамике се може формулисати и на следећи начин:

Немогуће је направити вечни мотор (perpetuum mobile) прве врсте, односно уређај који би понављањем циклуса вршио рад без узимања топлоте (или неког другог облика енергије) од околине.



сл. 25 – Укупан рад гаса једнак је површини унутар криве циклуса.



сл. 26 – Сваки дан, ваше тело (термодинамички систем) пролази кроз цикличне термодинамичке процесе као што је овај. Топлота *Q* се додаје метаболичким процесима храном, и тело обавља рад *A* путем дисања, шетње и других активности. Ако се вратите у исто стање на крају дана, $Q = A$ тада је у вама укупна промена унутрашње енергије нула.

Топлотни капацитети

Топлотни капацитет тела или система је бројно једнак количини топлоте коју тело (или систем) треба да размени са околином да би се температура тела (система) променила за 1К. Дакле:

$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$

Јединица за топлотни капацитет је $1 \frac{\text{J}}{\text{K}}$.

У општем случају топлотни капацитет је дефинисан формулом:

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}, \quad \Delta T \rightarrow 0$$

**Специфични топлотни капацитет бројно је једнак количини топлоте коју треба да прими или отпусти 1kg супстанције да би се температура променила за 1K.*

$$c = \frac{\Delta Q}{m\Delta T}, \quad \Delta T \rightarrow 0$$

**Моларни топлотни капацитет гаса је бројно једнак количини топлоте коју треба да прими или отпусти 1mol гаса да би му се температура променила за 1K.*

$$C = \frac{\Delta Q}{n_m\Delta T}, \quad \Delta T \rightarrow 0$$

Из ових формула следи:

$$C = cM$$

Топлотни капацитет гаса у изохорском процесу

Изохорски процес:

$$Q = \Delta U$$

Моларни топлотни капацитет је

$$C_V = \frac{Q}{n_m\Delta T}$$

тј.

$$C_V = \frac{\Delta U}{n_m\Delta T}$$

- за једноатомске гасове је

$$\Delta U = \frac{3}{2}n_mR\Delta T$$

па је

$$C_V = \frac{3}{2}R \quad \text{и} \quad c_V = \frac{3R}{2M}$$

- за двоатомске гасове је

$$\Delta U = \frac{5}{2}n_mR\Delta T$$

па је

$$C_V = \frac{5}{2}R \quad \text{и} \quad c_V = \frac{5R}{2M}$$

Следи:

$$\Delta U = n_m C_V\Delta T$$

што важи за било који гас у било ком процесу, не само у изохорском.

Топлотни капацитет гаса у изобарском процесу

Изобарски процес:

$$Q = p\Delta V + \Delta U$$

Из једначине стања гаса је

$$p\Delta V = n_m R \Delta T$$

па је

$$Q = n_m R \Delta T + n_m C_V \Delta T$$

Моларни топлотни капацитет гаса је

$$C_P = \frac{Q}{n_m \Delta T} = \frac{n_m \Delta T (R + C_V)}{n_m \Delta T}$$

односно

$$C_P = C_V + R$$

- за једноатомски гас је

$$C_P = \frac{5}{2}R \quad \text{и} \quad c_P = \frac{5R}{2M}$$

- за двоатомски је

$$C_P = \frac{7}{2}R \quad \text{и} \quad c_P = \frac{7R}{2M}$$

Однос топлотних капацитета је

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

таб. 1 – Моларни топлотни капацитети гасова на ниском притиску

Врста Гаса	Гас	C_V (J/mol·K)	C_P (J/mol·K)	$C_P - C_V$ (J/mol·K)	$\gamma = C_P / C_V$
једноатомски	He	12,47	20,78	8,30	1,67
	Ar	12,47	20,78	8,30	1,67
двоатомски	H ₂	20,42	28,74	8,32	1,41
	N ₂	20,76	29,07	8,31	1,40
	O ₂	20,85	29,17	8,31	1,40
	CO	20,85	29,16	8,31	1,40
	полиатомски	CO ₂	28,46	36,94	8,48
	SO ₂	31,39	40,37	8,98	1,29
	H ₂ S	25,95	34,60	8,65	1,33

Адијабатски процес

Адијабатски процес је процес у току којег систем нити прима нити отпушта топлоту. Дакле, за овај процес важи:

$$A + \Delta U = 0$$

односно,

$$A = -\Delta U$$

Када се гас шири ($A > 0$), његова унутрашња енергија се смањује ($\Delta U < 0$), тј. гас се хлади; ако се гас адијабатски сабија ($A < 0$) унутрашња енергија му се повећава ($\Delta U > 0$), тј. гас се загрева.

Адијабатски процес код идеалног гаса

Једначина стања је:

$$pV = n_m RT$$

$$dU = n_m C_V dT, \quad dA = pdV$$

$$n_m C_V dT = -pdV$$

Из једначине стања следи:

$$p = \frac{n_m RT}{V}$$

Убацивањем у претходну једначину добијамо:

$$n_m C_V dT = -\frac{n_m RT}{V} dV$$

$$\frac{dT}{T} + \frac{R}{C_V} \frac{dV}{V} = 0$$

Како је

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

следи:

$$\frac{R}{C_V} = \frac{C_p - C_V}{C_V} = \frac{C_p}{C_V} - 1 = \gamma - 1$$

$$\frac{dT}{T} + (\gamma - 1) \frac{dV}{V} = 0$$

$$\gamma - 1 > 0$$

dV и dT су супротног знака.

Интеграљењем ове једначине добијамо:

$$\ln T + (\gamma - 1) \ln V = \text{const}$$

$$\ln T + \ln V^{\gamma-1} = \text{const}$$

$$\ln(TV^{\gamma-1}) = \text{const}$$

И на крају добијамо:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}$$

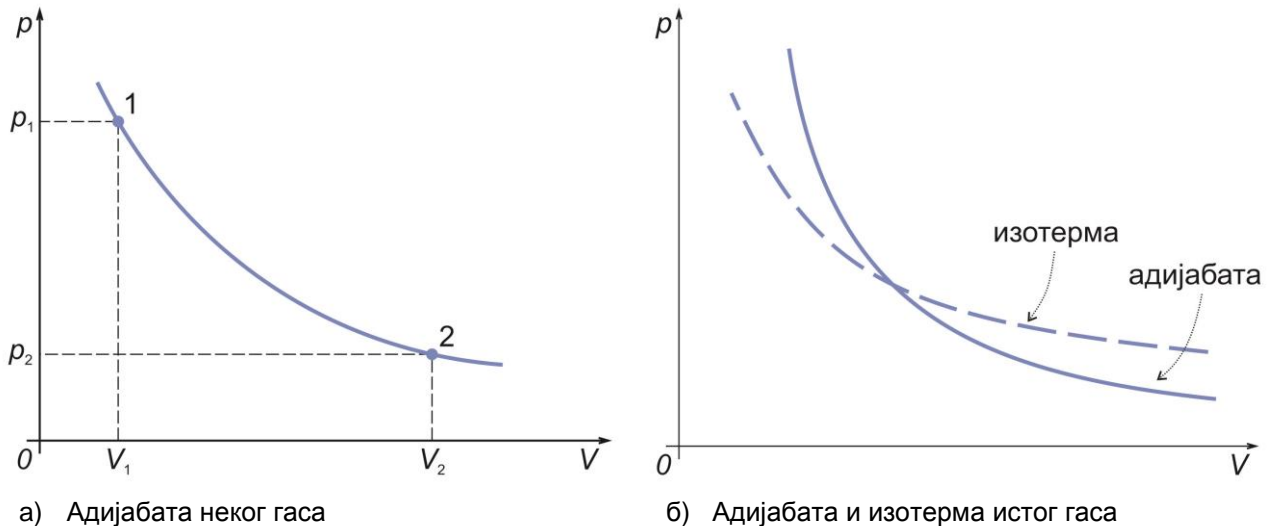
Веза између притиска и запремине, као и притиска и температуре добија се на сличан начин:

$$pV^\gamma = \text{const} \quad \text{и} \quad \frac{T^\gamma}{p^{\gamma-1}} = \text{const}$$

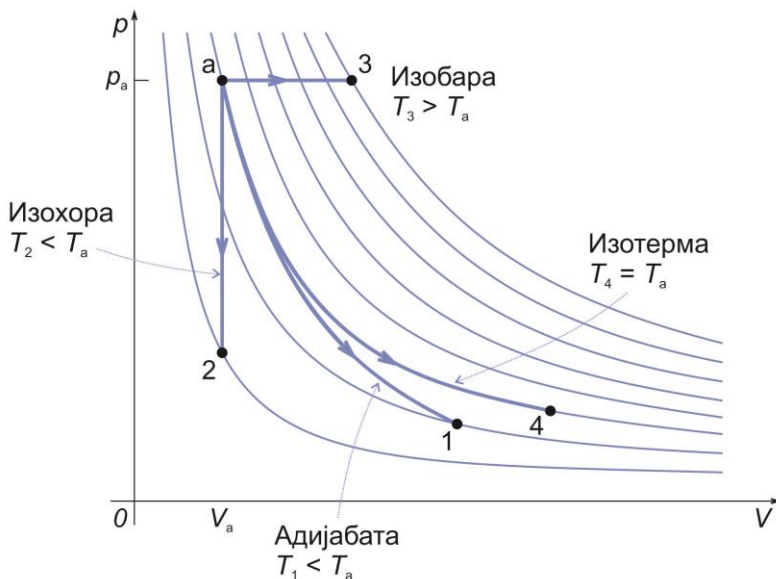
На pV -дијаграму адијабатски процес се представља кривом линијом (која се зове адијабата) чија је једначина:

$$p = \frac{\text{const}}{V^\gamma}$$

и представља Поасонову једначину адијабате.



сл. 27 – Криве адијабате за било која два стања гаса.



сл. 28 – Четири различита процеса за константну количину идеалног гаса, сви са почетним стањем а. За адијабатски процес, $Q = 0$; за изохорски процес, $A = 0$; и за изотермни процес $\Delta U = 0$. Температура се повећава само током изобарске експанзије.

ДРУГИ ПРИНЦИП ТЕРМОДИНАМИКЕ

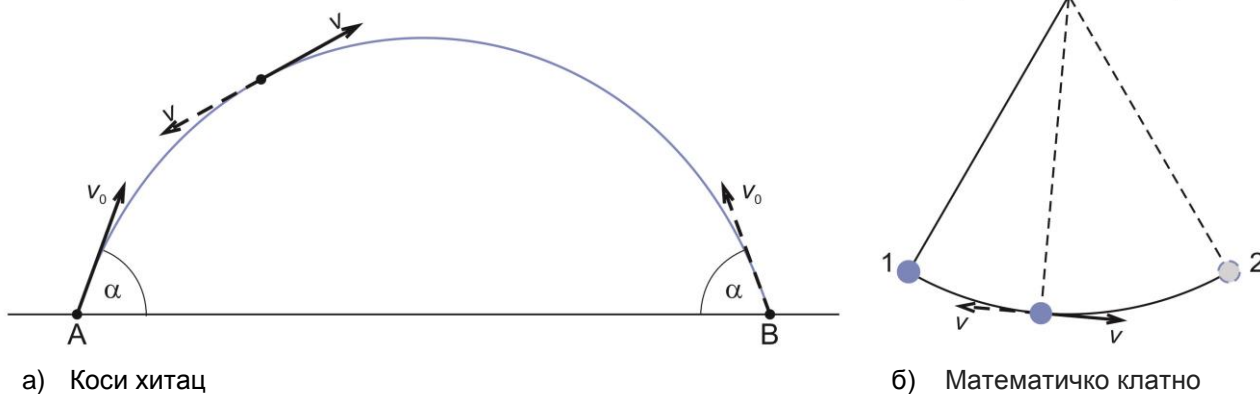
Према првом закону термодинамике могућ је прелаз топлоте са топлијег на хладније тело, али је могућ и прелаз са хладнијег на топлије тело (укупна енергија се одржава). Међутим, овакав прелаз се у природи не дешава. Исто тако, немогуће је да тело које мирује на подлози почне да се креће само од себе, оно ће се покренути само ако на њега делује нека спољашња сила. Зато је формулисан и други принцип термодинамике који говори о смеру топлотних процеса.

Повратни и неповратни процеси

Процес је повратни ако задовољава следеће услове:

- може се изводити и у једном и у другом смеру;
- у сваком смеру систем пролази кроз иста стања;
- по повратку система у почетно стање нема никаквих промена ни у систему ни у околини.

Механичка кретања, у одсуству трења, су повратни процеси. На пример, кретање тела баченог укосом са Земље под углом α или кретање математичког клатна.



сл. 29 – Механичко кретање као повратни процес.

Топлотни процеси углавном не испуњавају те услове и неповратни су. Када се два тела различитих температура доведу у контакт, топлије тело ће се хладити, а хладније загревати док се не успостави термодинамичка равнотежа; никада се не дешава да се хладније тело још више охлади, а топлије још више загреје. Ако се дозволи пролаз гасова који су били у два суда на различитим притисцима, они ће се мешати и равномерно распоредити све док се не изједначе притисци у сваком делу система.

Процеси у којима систем, пролазећи кроз неравнотежна стања, долази у стање равнотеже и процеси трења су неповратни.

Повратним процесима могу се сматрати квазистатички изотермски и квазистатички адијабатски процеси, али у природи су практично сви топлотни процеси неповратни.

Различите формулације другог принципа термодинамике

Клаузијусов постулат:

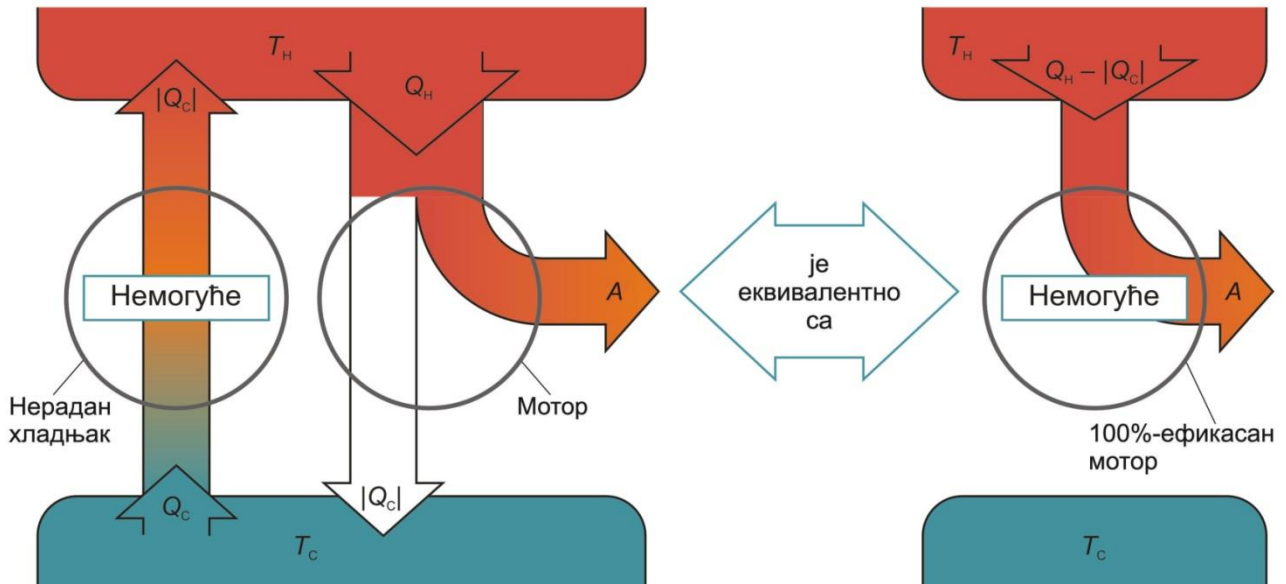
Немогућ је процес чији је једини резултат прелаз топлоте са тела ниже на тело више температуре.

Келвин-Планков постулат:

Немогућ је процес чији је једини резултат узимање топлоте од једног топлотног резервоара и њено потпуно претварање у рад.

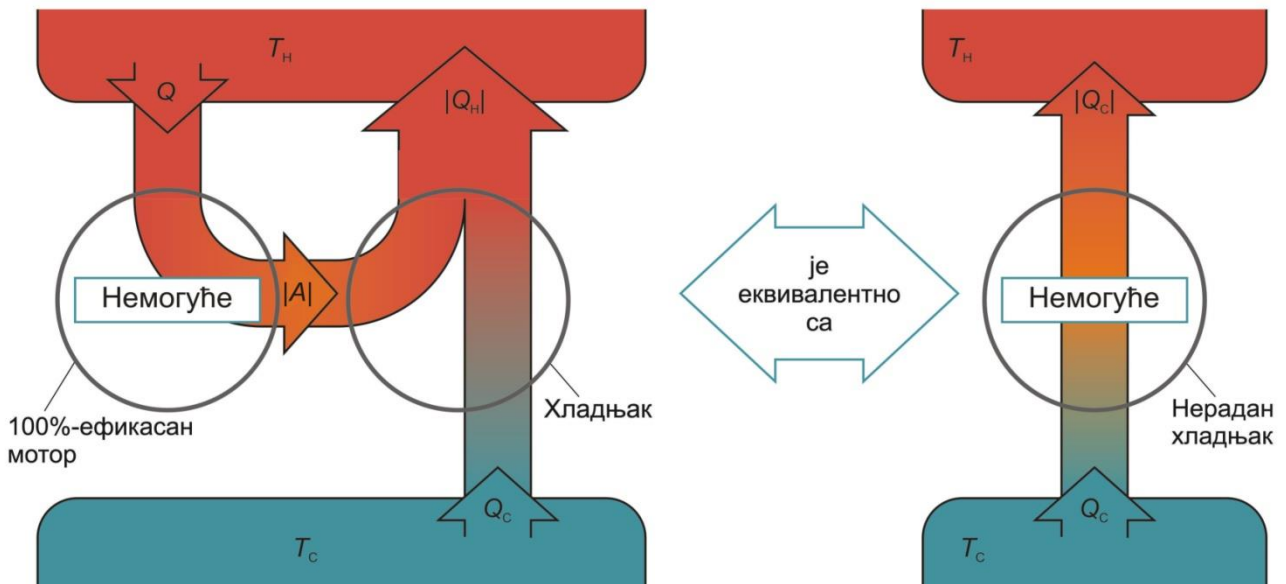
Још једна од формулација је:

Немогуће је направити вечни мотор (perpetuum mobile) друге врсте, односно уређај који би, периодично понављајући неки процес, примљену топлоту од једног топлотног извора у потпуности претварао у рад.



Ако би био могућ нерадан хладњак, могао би се користити у комбинацији са обичним топлотним мотором да формирају 100% - ефикасан мотор, потпуно претварајући топлоту $Q_h - |Q_c|$ у рад.

а) Овај "мотор" представља потврду другог закона термодинамике.



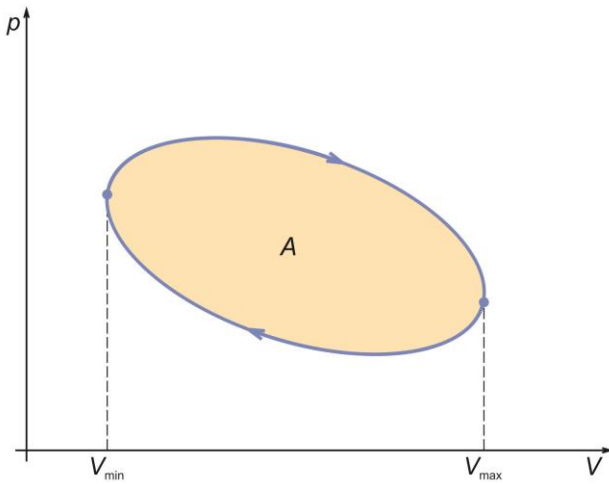
Ако би 100% - ефикасан мотор био могућ, могао би се користити у комбинацији са обичним хладњак да формира нерадан хладњак, пренос топлоте Q_c до топлог резервоара био би могућ вршењем рада.

б) Овај "хладњак" представља потврду другог закона термодинамике.

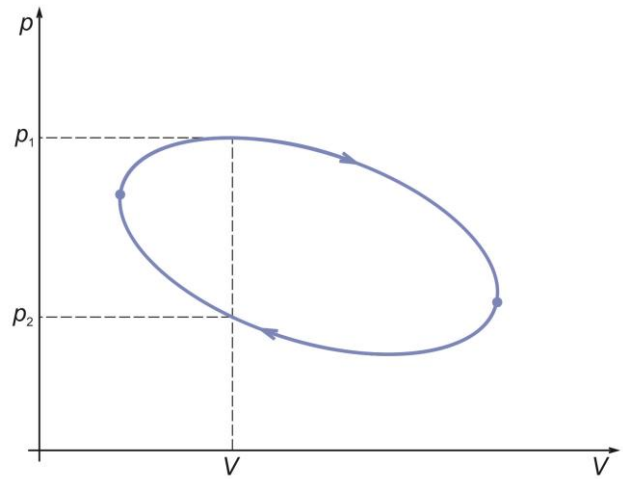
сл. 30 – Дијаграми тока енергије који приказују да су ова два облика другог закона еквивалентни.

Топлотни мотори

Топлотни мотор чине три основна дела: два топлотна резервоара различитих температура и радно тело које је најчешће гас у цилиндру под клипом. Процес у којем учествује гас јесте кружни процес приказан на слици 31 (рад је површина унутар циклуса). Ширење гаса се одвија када је он у контакту са једним топлотним резервоаром, а сабијање при контакту са другим па је због тога рад гаса позитиван уколико он узима топлоту од резервоара више температуре (грејач), а предаје топлоту резервоару ниже температуре (хладњак).



а) Процес у коме учествује гас.



б) Крива ширења је изнад криве сабијања.

сл. 31 – Принцип рада топлотног мотора.

Основни принцип рада топлотног мотора приказан је на слици 32.

У току једног циклуса радно тело у мотору узме од грејача количину топлоте Q_1 , изврши рад A и преда количину топлоте Q_2 хладњаку. Према првом закону термодинамике:

$$Q_1 - Q_2 = A$$

Степен корисног дејства топлотног мотора једнак је количнику рада који изврши гас у једном циклусу и количине топлоте коју при томе апсорбује од грејача:

$$\eta = \frac{A}{Q_1}$$

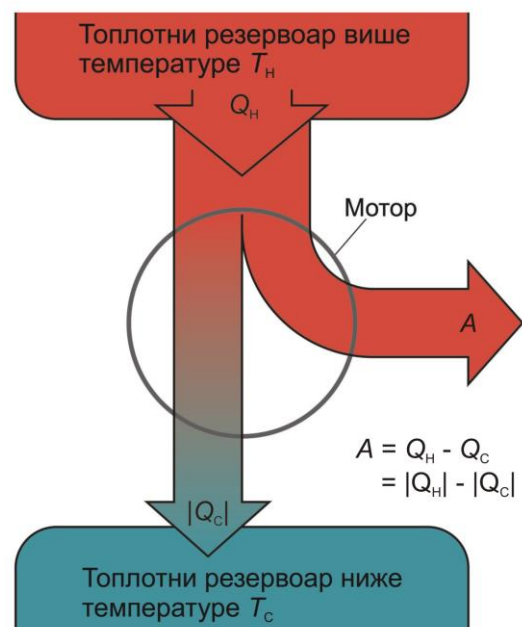
или

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

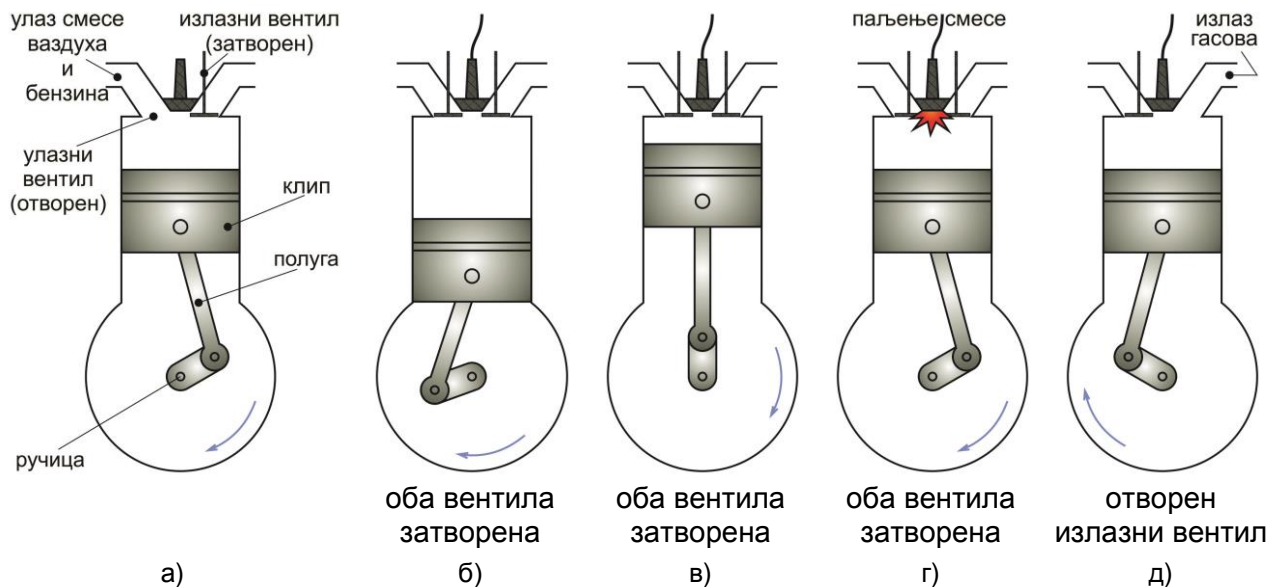
Пример топлотног мотора

На слици 33 је приказан принцип рада четворотактног мотора са унутрашњим сагоревањем:

- смеша ваздуха и бензина усисава се из карбуратора док се клип спушта повећавајући запремину гаса;
- полуга се креће навише и клип сабија гас, при томе се гас загрева;
- када је гас максимално сабијен варница свећице запали смешу и температура нагло порасте (ваздух је примио топлоту ослобођену сагоревањем бензина);
- због великог притиска и температуре гас се шири и потискује клип наниже (гас врши рад); када је клип у најнижем положају отвара се излазни вентил и гас се хлади (отпушта топлоту у спољашњу околинду);
- искоришћени гас се избацује кроз излазни вентил у ауспух; затим се процес понавља.



сл. 32 – Шематски приказ тока енергије за топлотни мотор.



сл. 33 – Принцип рада четворотактног мотора.

Циклус оваквог мотора може се приказати идеализованим pV -дијаграмом, тзв. Ото циклус.

Степен корисног дејства овог циклуса:

$$\eta = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1}$$

Где је

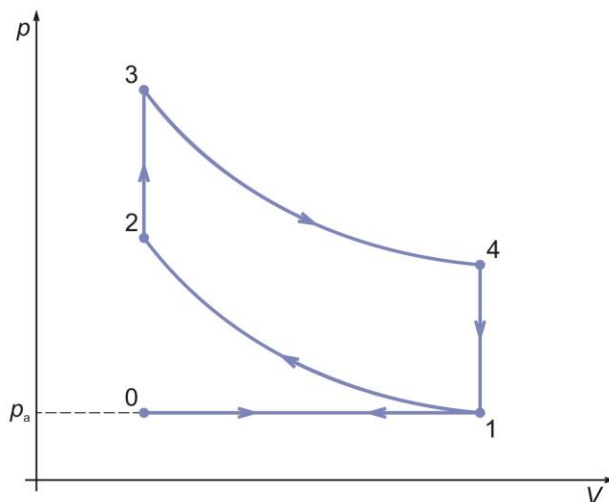
$$Q_1 = n_m C_V (T_3 - T_2)$$

а

$$Q_2 = n_m C_V (T_1 - T_4)$$

па је

$$\eta = \frac{T_3 - T_2 + T_1 - T_4}{T_3 - T_2}$$



сл. 34 – Идеализован pV -дијаграм четворотактног мотора.

Вега температуре и запремине за адијабатски процес је:

$$T_1 (rV)^{\gamma-1} = T_2 V^{\gamma-1}$$

и

$$T_4 (rV)^{\gamma-1} = T_3 V^{\gamma-1}$$

(r је однос највеће и најмање запремине током циклуса).

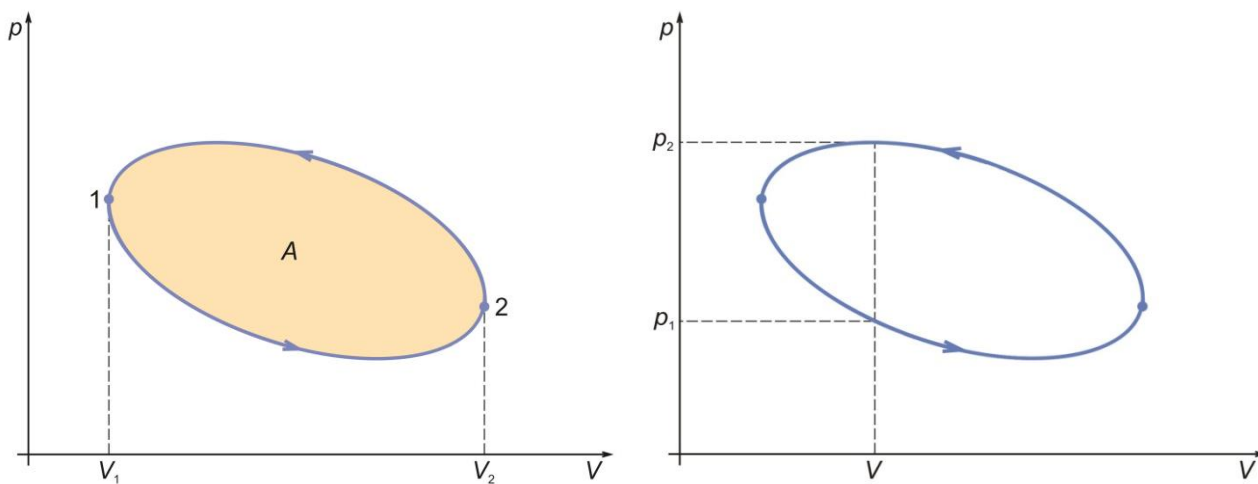
$$\eta = \frac{(T_4 - T_1)(r^{\gamma-1} - 1)}{(T_4 - T_1)r^{\gamma-1}}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$$

Машине за хлађење

Принцип рада ових машина је сличан принципу топлотних мотора, једино се сви процеси дешавају у супротном смеру. Уз рад неке спољашње силе (A), радно тело узима топлоту (Q_2) од топлотног резервоара ниже температуре и предаје топлоту (Q_1) резервоару више

температуре (сл. 35). Као радно тело обично се користи нека лако испарљива течност (амонијак, фреон и слично), а за рад се улаже електрична енергија.



а) Процес у коме учествује гас (радно тело) је цикличан.

б) Крива сабијања изнад криве ширења.

сл. 35 – Принцип рада машине за хлађење.

Коефицијент хлађења

Према првом закону термодинамике важи:

$$Q_2 - Q_1 = -A$$

Коефицијент хлађења је количник топлоте коју гас (радно тело) узима од хладнијег топлотног резервоара у једном циклусу и рада који се изврши у циклусу:

$$k = \frac{Q_2}{A}$$

односно

$$k = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$$

Карноов циклус

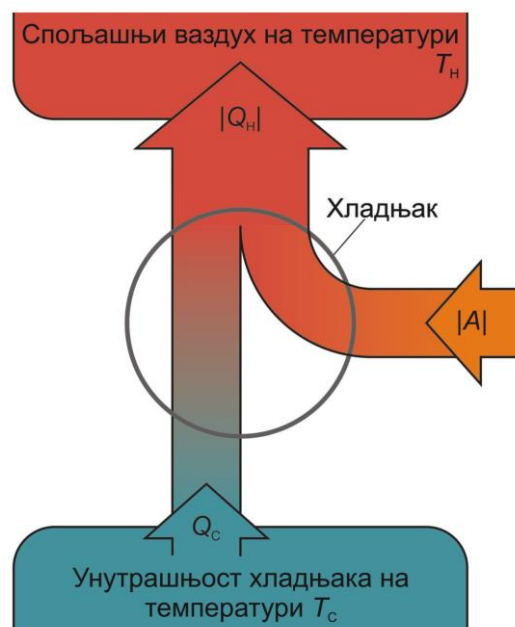
У сваком топлотном мотору само се део топлоте узете од грејача трансформише у рад. Да би тај део био што већи користе се повратне машине.

Машина која може да ради и у једном и у другом смеру, при чему радно тело пролази кроз иста стања, зове се повратна машина.

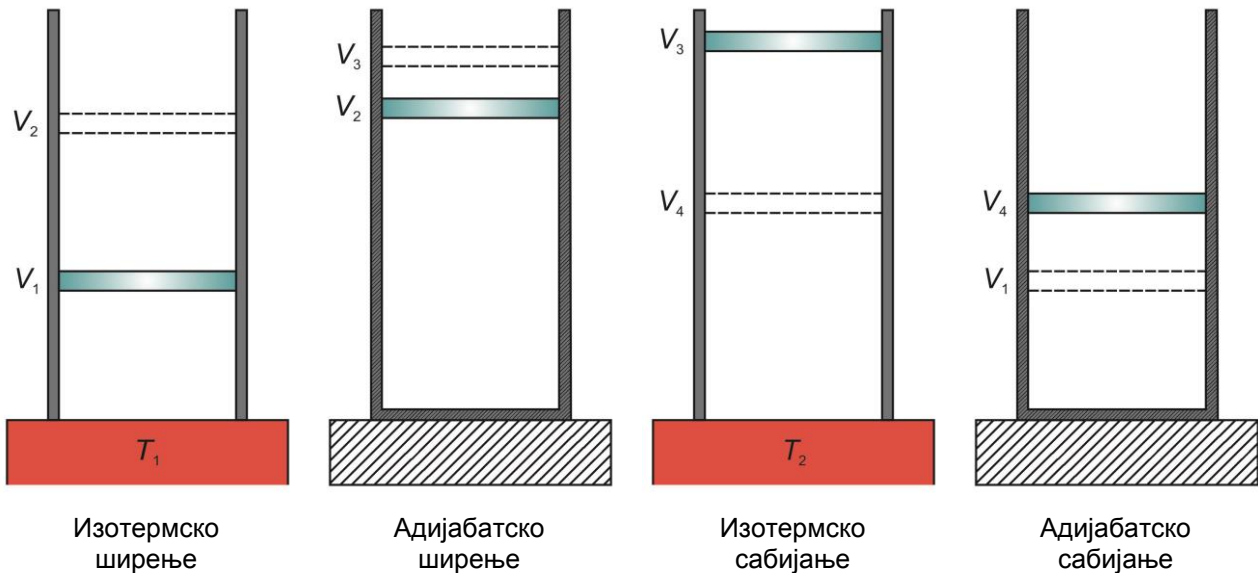
Идеална топлотна машина би била она која ради по циклусу састављеном од адијабата и изотерми.

Кружни процес састављен од две изотерме и две адијабате зове се Карноов циклус.

На слици 37 је приказана машина која ради по Карноовом циклусу. Радно тело је гас у цилиндричном суду под клипом, а имамо и два топлотна резервоара на температурама T_1 и T_2 и важи $T_1 > T_2$, тј. први резервоар је грејач, а други хладњак.

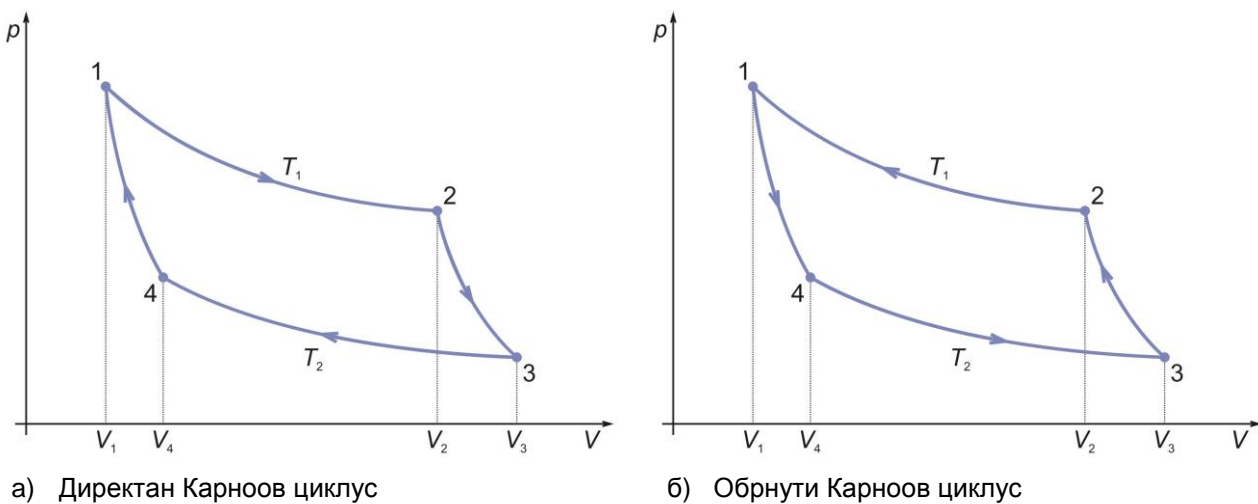


сл. 36 – Шематски приказ тока енергије машине за хлађење.



сл. 37 – Рад машине по Карноовом циклусу.

Карноов циклус на pV -дијаграму:



сл. 38 – Карноов циклус у pV -дијаграму.

У току једног циклуса гас од грејача апсорбује топлоту Q_1 , преда хладњаку топлоту Q_2 и изврши рад:

$$A = Q_1 - Q_2$$

Циклус је повратни. У супротном смеру гас би узимао топлоту Q_2 од хладњака и предавао грејачу топлоту Q_1 па би се на гасу извршио рад

$$A = Q_1 - Q_2$$

Карноова теорема:

Од свих машина које раде између топлотних резервоара температура T_1 и T_2 максималан рад (при истој узетој топлоти Q_1) имају повратне машине. Степен корисног дејства повратне машине не зависи од конструкције машине и природе радног тела у њој.

Степен корисног дејства Карноовог циклуса:

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

Важи још једна формула коју ћемо доказати. Пошто степен корисног дејства не зависи од избора радног тела можемо претпоставити да је радно тело идеалан гас.

У процесу изотермског ширења гас прими топлоту Q_1 и изврши рад A_1 :

$$A_1 = n_m RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Пошто је температура константна следи:

$$Q_1 = A_1$$

тј.

$$Q_1 = n_m RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

У процесу изотермског сабијања гас преда хладњаку топлоту

$$Q_2 = n_m RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}$$

Стања 2 и 3 су на истој адијабати, исто тако и 1 и 4, па је:

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}$$

и

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1}$$

односно

$$\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1}$$

и

$$\left(\frac{V_1}{V_4}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1}$$

следи:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

Степен корисног дејства је:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

$$\eta = 1 - n_m RT_2$$

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

За обрнути Карноов циклус важи:

$$k = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

Ентропија

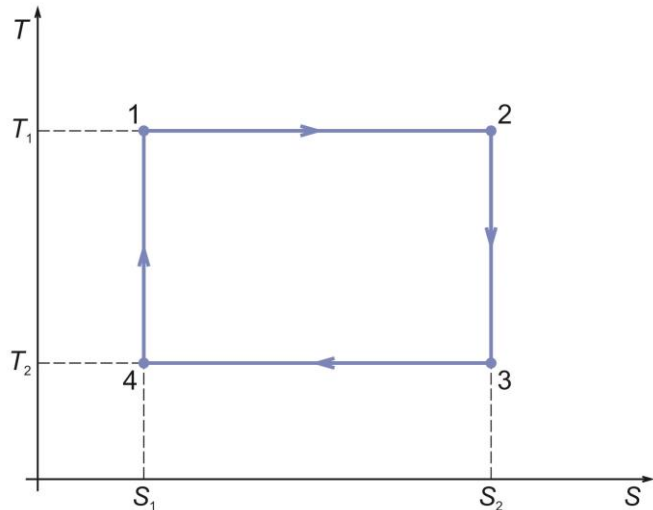
Клаузијус је први дао назив „ентропија“, али он је заправо дефинисао њену промену.

Ако тело температуре T прими или отпусти бесконачно малу количину топлоте dQ , промена ентропије тела је:

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

Ако тело прима топлоту ентропија се повећава, а ако отпусти топлоту његова ентропија се смањује.

Ако у изотермском процесу на температури T тело прими количину топлоте Q и при томе пређе из неког стања 1 у стање 2, промена ентропије тела је:



сл. 39 – Карноов циклус на T - S дијаграму.

$$dS = S_2 - S_1 = \frac{Q}{T}$$

У адијабатском процесу ентропија тела се не мења

$$(dQ = 0 \Rightarrow dS = 0)$$

Особине ентропије:

- ✓ ентропија је функција стања система – зависи само од стања у којем се систем налази, али не и од тога на који начин је систем стигао у то стање
- ✓ ентропија је адитивна величина, ако у систему имамо два или више независних подсистема онда је ентропија:

$$S = S_1 + S_2 + \dots$$

Други закон термодинамике се може дефинисати преко ентропије и тада важи за све процесе:

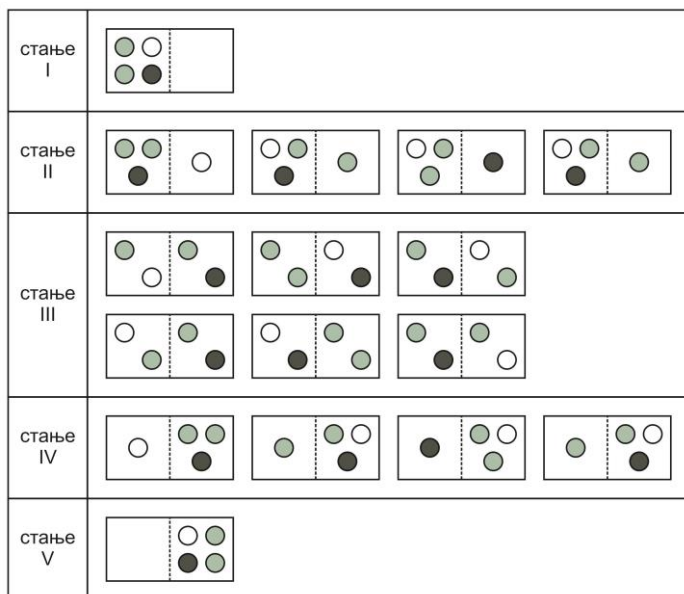
Укупна ентропија произвољног система и његове околине ни у једном процесу се не смањује:

$$dS \geq 0$$

У повратним процесима она се не мења, а ако је процес неповратан укупна ентропија се повећава.

Карноов циклус на T - S дијаграму слика 39.

Термодинамичка вероватноћа и ентропија



сл. 40 – Пример термодинамичке вероватноће.

Пример: Замислимо да у једном суду имамо четири куглице различитих боја. На слици 40 су приказане све комбинације распореда куглица у једној и другој половини суда. Примећујемо да, ако би се куглице непрекидно кретале и еластично сударале, могућност да се у неком тренутку у свакој половини суда нађу по две куглице већа је 6 пута од могућности да све четири куглице буду у једној половини суда.

На основу примера видимо да се много чешће добијају неуређена стања од уређених, односно неуређена стања су вероватнија од уређених (имају већу термодинамичку вероватноћу).

Термодинамичка вероватноћа стања је број различитих микростања којима се реализује дато макростање.

Сваки топлотни процес у изолованом термодинамичком систему одвија се од стања мање ка стању веће термодинамичке вероватноће. Највећу вероватноћу има стање термодинамичке равнотеже.

Ентропија је мера неуређености система. Највећу ентропију систем има у равнотежном стању.



сл. 41 – Мешање мастила у боји и воде полази од стања релативног реда (низак ниво ентропије) у којој је свака течност одвојена и различита од друге. Коначно стање након мешања је више поремећено (има већу ентропију). Спонтано немешање боје и воде, процес у коме не би било укупног смањења ентропије, никада није уочено.

Болцманова формула повезује ентропију и термодинамичку вероватноћу (w):

$$S = k \cdot \ln w$$

где је $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$ Болцманова константа.

ТРЕЋИ ПРИНЦИП ТЕРМОДИНАМИКЕ

Када се температура система приближава апсолутној нули ентропија тежи својој минималној вредности односно нули.

Апсолутна нула се не може достићи коначним бројем термодинамичких процеса.

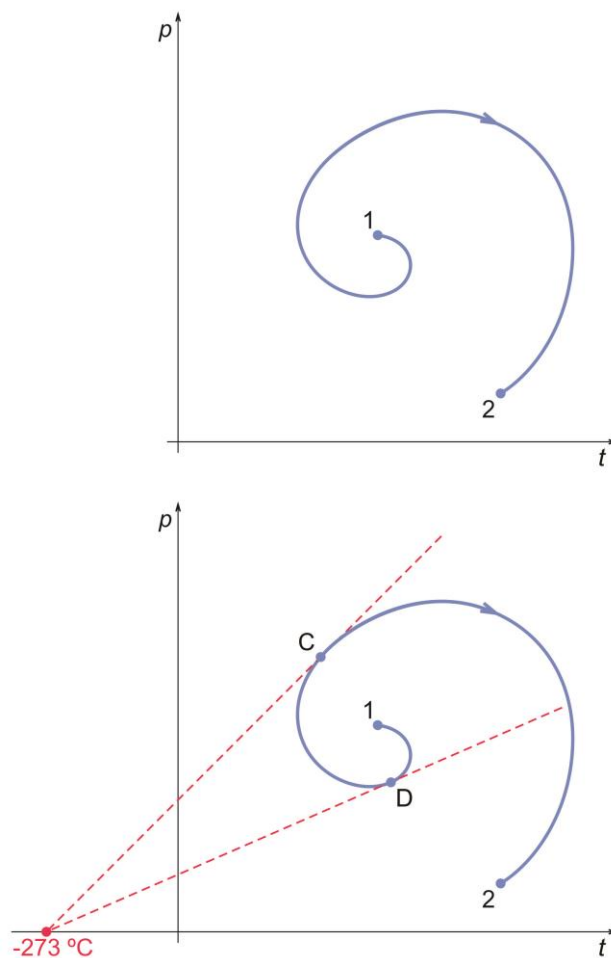
Ово тврђење је последица Нернстовог постулата:

На апсолутној нули ентропија сваког тела (система) једнака је нули.

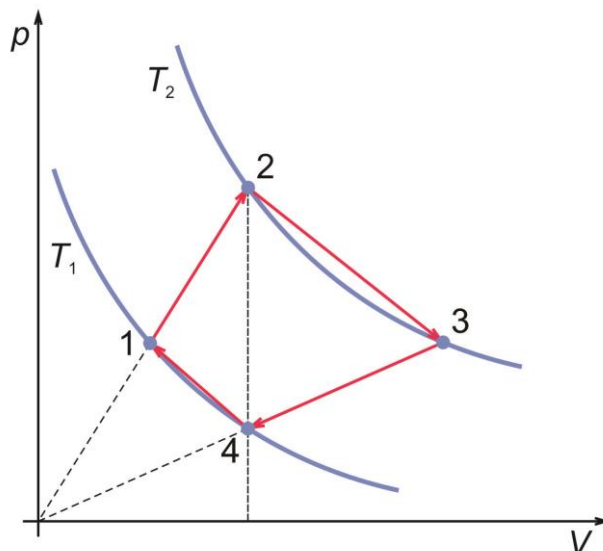
Примери:

Пример 1.: На слици је на p - t дијаграму представљен неки процес 1-2 који врши идеалан гас. Маса гаса се у току процеса не мења. Одредите на датом дијаграму (на кривој процеса 1-2) области у којима се запремина смањује и/или повећава и објасните како сте одредили те области. Температура t на хоризонталној оси p - t дијаграма је дата у $^{\circ}\text{C}$.

Решење: На основу једначине стања идеалног гаса $pV = nRT$ за случај сталне запремине и сталне масе гаса ($n = m/M = \text{const}$) можемо повући бесконачан број изохора $p = \text{const} \cdot T/V$ (Шарлов закон) које полазе из апсолутне нуле (-273°C) и пролазе кроз сваку тачку процеса 1-2. Од свих тих изохора можемо издвојити нпр. две (испрекидане праве на слици) које су уједно и тангенте криве процеса 1-2 (додирују криву процеса у тачкама С и D). Ако пратимо криву процеса и имамо у виду Шарлов закон, запремина се: повећава од тачке 1 до тачке D, смањује од тачке D до тачке С, а затим опет повећава од тачке С до тачке 2.



Пример 2.: Затворен термодинамички циклус састоји се из четири процеса (праве 1 – 2, 2 – 3, 3 – 4 и 4 – 1) које карактерише линеарна зависност притиска од запремине. Познате су температуре изотерми $T_1 = 290$ K и $T_2 = 300$ K. Тачке 1, 2, 3 и 4 леже на датим изотермама (види слику). Праве 1 – 2 и 3 – 4 пролазе кроз координатни почетак, а запремине V_2 и V_4 су једнаке. Израчунајте укупан рад једног мола идеалног гаса у овом затвореном циклусу ако се зна да универзална гасна константа износи $R = 8,3$ J/(mol·K).



Решење: За процес 1 – 2 рад је једнак:

$$A_{12} = \frac{p_1 + p_2}{2} (V_2 - V_1) = \frac{p_1 V_2 - p_1 V_1 + p_2 V_2 - p_2 V_1}{2}$$

Пошто права 1 – 2 пролази кроз координатни почетак $p = \alpha V$ па је рад:

$$A_{12} = \frac{\alpha V_1 V_2 - p_1 V_1 + p_2 V_2 - \alpha V_1 V_2}{2} = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{2} = \frac{n_m R}{2} (T_2 - T_1)$$

За процес 3 – 4 (права пролази кроз координатни почетак па је $p = \beta V$) рад је:

$$A_{34} = \frac{p_3 + p_4}{2} (V_3 - V_2) = \frac{n_m R}{2} (T_2 - T_1)$$

Добијамо да је

$$A_{12} = A_{34}$$

Сада рачунамо радове за процесе 2 – 3 и 4 – 1.

За једначину изотерме важи да је:

$$p_2 V_2 = p_3 V_3 = n_m R T_2$$

па је:

$$A_{23} = \frac{p_2 + p_3}{2} (V_3 - V_2) = \frac{p_2 V_3 - p_3 V_2}{2} = \frac{p_3 V_2}{2} \left(\frac{p_2 V_3}{p_3 V_2} - 1 \right) = \frac{p_3 V_2}{2} \cdot \frac{V_3}{V_2} \left(\left(\frac{V_3}{V_2} \right)^2 - 1 \right) = \frac{n_m R T_2}{2} \frac{\left(\frac{V_3}{V_2} \right)^2 - 1}{\frac{V_3}{V_2}}$$

Пошто тачке 3 и 4 припадају истој правој онда је

$$\frac{p_3}{V_3} = \frac{p_4}{V_4}$$

а то је

$$\frac{T_2}{V_3^2} = \frac{T_1}{V_4^2}$$

па следи

$$\frac{V_3^2}{V_2^2} = \frac{T_2}{T_1}$$

и

$$A_{23} = \frac{n_m R T_2}{2} \frac{\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^2 - 1}{\frac{V_3}{V_2}} = \frac{n_m R T_2}{2} \frac{\frac{T_2}{T_1} - 1}{\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}}$$

Аналогно се добија и

$$A_{41} = \frac{n_m R T_1}{2} \frac{\left(\frac{V_4}{V_1}\right)^2 - 1}{\frac{V_4}{V_1}} = \frac{n_m R T_1}{2} \frac{\frac{T_2}{T_1} - 1}{\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}}$$

Укупан рад у циклусу је

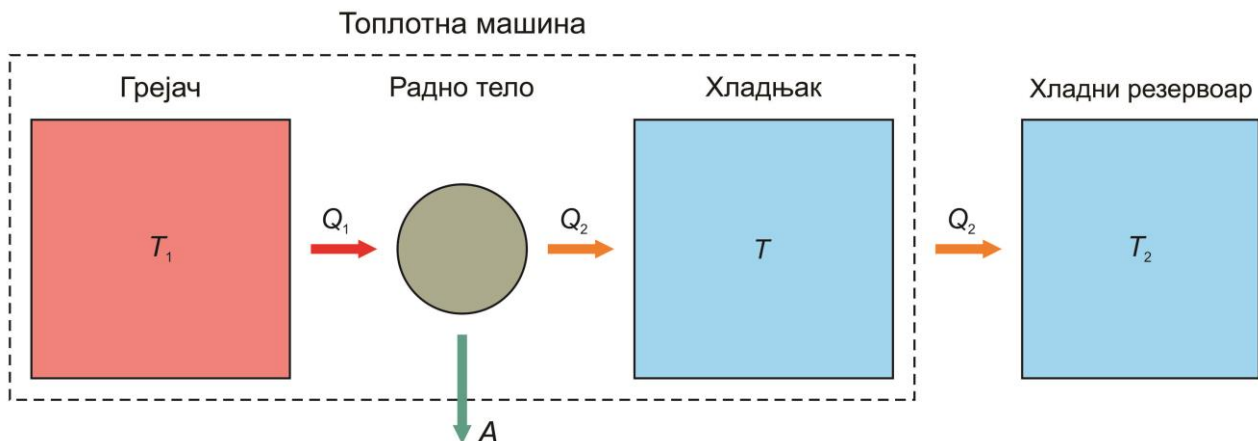
$$A = A_{12} + A_{23} - A_{34} - A_{41}$$

односно

$$A = \frac{n_m R (T_2 - T_1)^2}{2\sqrt{T_1 T_2}} \approx 1,4 \text{ J}$$

Пример 3: У топлотној машини, која ради по Карноовом циклусу, температура грејача износи $T_1 = 800 \text{ K}$, а температура хладњака T зависи од снаге P топлотне машине. Хладњак посматрамо као масивно тело топлотно изоловано од окружујуће средине које, посредством неке топлотне проводности, предаје хладном резервоару, температуре $T_2 = 800 \text{ K}$, сву топлотну енергију Q_2 добијену за време t рада машине (види слику). Топлотна проводљивост машине дата је законом $Q_2 = \lambda(T - T_2)\Delta t$, где је $\lambda = 1,0 \text{ kW/K}$ коефицијент топлотне проводљивости.

- Изведите општи израз за снагу P топлотне машине преко T_1 , T и T_2 ;
- Израчунајте температуру T_m хладњака при којој је снага машине максимална;
- Израчунајте ту максималну снагу P_{max} топлотне машине;
- Израчунајте коефицијент корисног дејства μ_m топлотне машине при раду са максималном снагом.



Решење:

а) Посматрајмо рад топлотне машине за време $\Delta t = 1$ s. Коефицијент корисног дејства μ Карноовог циклуса је:

$$\mu = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{P}{P + P_2} = \frac{T_1 - T}{T_1}$$

Где је P снага топлотне машине, а P_2 топлотна снага која се предаје хладњаку. Следи:

$$P = P_2 \frac{T_1 - T}{T}$$

Из услова задатка је:

$$P_2 = (Q_2)_{\Delta t=1s} = \lambda(T - T_2).$$

Заменом у претходну једначину добијамо:

$$P = \lambda \left[T_1 + T_2 - \left(T + \frac{T_1 T_2}{T} \right) \right]$$

б) Снага P је максимална када је $T + \frac{T_1 T_2}{T}$ минимално, а то је у случају

$$T = T_m = \sqrt{T_1 T_2} \approx 490\text{K}$$

в) Максимална снага је:

$$P_{\max} = \lambda(\sqrt{T_1} - \sqrt{T_2})^2 = 120\text{kW}$$

г) Коефицијент корисног дејства μ_m при раду са максималном снагом је:

$$\mu_m = \frac{T_1 - T_m}{T_1} = 38,7\%$$

ЗАКЉУЧАК

Термодинамички процеси се дешавају свуда око нас. Топљење коцкице леда у чаши са водом, покретање аутомобила, рад клима-уређаја... Они заузимају битно место у природи и због тога је термодинамика значајна јер објашњава на који начин се одигравају сви ови процеси и како да управљамо њима. Принципи термодинамике постављени су давно, али њих не треба заборавити јер представљају неке од основних закона како физике тако и науке уопште.

Алберт Ајнштајн је о термодинамици рекао:

„A theory is the more impressive the greater the simplicity of its premises is, the more different kinds of things it relates, and the more extended is its area of applicability. Therefore the deep impression which classical thermodynamics made upon me. It is the only physical theory of universal content concerning which I am convinced that within the framework of the applicability of its basic concepts, it will never be overthrown.“

Литература

1. Hugh D. Young, Roger A. Freedman: University physics with modern physics, Sears and Zemansky's, 2012
2. Наташа Чалуковић: Физика 2 за други разред Математичке гимназије, 2011
3. <https://sr.wikipedia.org/sr/>